

Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado desde las TIC: aspectos a considerar*¹

[Troubleshooting linear equations from ICT: aspects to consider]

JUAN OLEGARIO MONROY VÁSQUEZ², SANDRA ISABEL VARGAS LÓPEZ³

RECIBO: 20.08.2015 – APROBACIÓN: 14.04.2016

Resumen

Las investigaciones sobre resolución de problemas han llevado a diversas teorías, estrategias, planteamientos, que no han logrado mejorar contundentemente el desempeño de los estudiantes en el área de las matemáticas. Por ello, a partir de un estado de arte se consideran elementos relevantes de ser soportados mediante las TIC en espacios virtuales de aprendizaje, y hacer los planteamientos teniendo en cuenta los siguientes aspectos: forma como ha abordado la temática; reconocimiento de la importancia del desarrollo de proyectos de investigación y la dificultad identificada; investigaciones más relevantes en cuanto a la caracterización de las dificultades en resolución de problemas en el área de las matemáticas y, finalmente, elementos fundamentales en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado en mediaciones que involucren el uso de las TIC

* Modelo para la citación de este artículo:

MONROY VÁSQUEZ, Juan Olegario & VARGAS LÓPEZ, Sandra Isabel (2016). Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado desde las TIC: aspectos a considerar. En: Ventana Informática No. 34 (ene-jun). Manizales (Colombia): Facultad de Ciencias e Ingeniería, Universidad de Manizales. p. 75-92. ISSN: 0123-9678

- 1 Artículo de *investigación científica y tecnológica* proveniente del proyecto *Reproducción, conexión y reflexión: una estrategia para aprender a solucionar problemas haciendo uso de ecuaciones de primer grado*, ejecutado en el periodo 01.09.2014-05.06.2015, e inscrito en el grupo de investigación *GIDESTEC de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD*. [Proyecto para optar al título de Magister en Tecnologías de la información aplicadas a la educación, por parte de los dos autores con la dirección de Linda Alejandra Leal].
- 2 Mg. en Tecnologías de la información aplicadas a la educación, Ingeniero Electrónico. Docente asistente, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, (Sogamoso, Boyacá, Colombia). Correo electrónico: juan.monroy@unad.edu.co
- 3 Mg. en Tecnologías de la información aplicadas a la educación, Ingeniero Electrónico. Docente, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, (Sogamoso, Boyacá, Colombia). Correo electrónico: sandrai.vargas@unad.edu.co

en espacios virtuales de aprendizaje. Con estos referentes se diseñó una estrategia de aprendizaje basada en las competencias definidos por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OECD), para la resolución de problemas, que se implementó en un ambiente virtual de aprendizaje, en el curso de Álgebra, Trigonometría y Geometría analítica, de la Universidad Nacional Abierta y Distancia (primer periodo académico).

Palabras clave: *Estrategia RCR; reproducción; conexión; reflexión; lenguaje natural; lenguaje algebraico.*

Abstract

Research on problem solving has led to various theories, strategies, approaches that have failed to decisively improve the performance of students in the area of mathematics. Therefore, from a state of art they are considered important elements to be supported by ICT in virtual learning, and make proposals taking into account the following aspects: how it has addressed the issue; recognition of the importance of developing research projects and the difficulty identified; most relevant in terms of the characterization of the difficulties in solving problems in the area of mathematics and eventually fundamental elements in resolving problems with linear equations in mediations involving the use of ICT in virtual space research learning. With these references a learning strategy based on competencies defined by the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), to solve problems, which was implemented in a virtual learning environment in the course was designed Algebra, Trigonometry and Analytic geometry, of Universidad Nacional Abierta y a Distancia (first semester).

Keywords: *Strategy RCR, reproduction, connection, reflection, natural language, algebraic language.*

Introducción

La solución de problemas cobra importancia al convertirse en una competencia que debe desarrollar, fortalecer y aplicar un estudiante en su proceso de formación, en su área laboral y en su futuro desempeño profesional y vida profesional, según enfatiza OECD (2004, 37), quien define competencia como la capacidad de los alumnos para aplicar conocimientos y habilidades, y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones, y específicamente en situaciones de la vida real. El desarrollo de la competencia ha sido una constante en

la investigación en las últimas tres décadas, y lo seguirá siendo dada la proyección de la OECD (2015, 161) para las competencias en resolución de problemas desde el trabajo colaborativo. En Colombia, y coincidiendo en dirección, *«la apuesta por la calidad se ha centrado en la publicación de estándares básicos de competencias y en la aplicación de pruebas masivas que pretenden medir competencias. Como le explicaré con más detalle en el próximo reto, el Ministerio de Educación pretende que el llamado “círculo de calidad” se cierre en estos tres frentes: estándares, pruebas, y planes de mejoramiento»* (Vasco, 2006, 2).

El fundamento teórico se plantea desde diversos autores que han abordado los aspectos de resolución de problemas, competencias en resolución de problemas, y competencias estructuradas en función del grado de dificultad del problema en las fases de reproducción, conexión y reflexión, planteados por OECD (2004, 40-41) y su interrelación con las fases del aprendizaje significativo.

Desde ésta óptica, la investigación consideró los elementos relevantes a ser soportados mediante las TIC en espacios virtuales de aprendizaje, a partir de un estado del arte en el campo de la resolución de problemas, desde un contexto global frente al tratamiento que le han dado diversos autores, filósofos, psicólogos e investigadores; el reconocimiento de la importancia del desarrollo de proyectos de investigación en ésta área y la dificultad identificada; las investigaciones más relevantes en cuánto a la caracterización de las dificultades en resolución de problemas en el área de las matemáticas (la tendencia a solucionar de forma no algebraica un problema) y finalmente los aspectos a tener en cuenta en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado en mediaciones que involucren el uso de las TIC en espacios virtuales de aprendizaje.

La investigación, que se desarrolla bajo la metodología cuantitativa y se enmarca dentro de un estudio experimental grupo control con posttest únicamente, obtiene como resultado el diseño de un ambiente virtual de aprendizaje que se basa en los siguientes aspectos: la predisposición a usar métodos no algebraicos y la no formulación de hipótesis por parte del estudiante, al solucionar un problema que involucre el uso de ecuaciones de primer grado y la incorporación de los lineamientos dados por la OECD frente a las competencias en resolución de problemas.

1. Fundamento teórico

1.1 Resolución de problemas

Los acercamientos a este término han sido diversos, a pesar de lo cual para el documento se asume la siguiente:

«El proceso mediante el cual la situación incierta es clarificada e implica, en mayor o menor medida, la aplicación de conocimientos y procedimientos por parte del solucionador (Gagné 1965, Ashmore 1979) así como la reorganización de la información almacenada en la estructura cognitiva (Novak 1977), es decir, un aprendizaje. La palabra «resolución» sirve para designar la actividad que consiste en resolver el problema desde la lectura del enunciado, pudiendo establecerse una distinción entre el tratamiento lógico-matemático y la propia actividad de resolución, analizada a menudo en términos de encadenamiento de procesos, y la solución respuesta, producto de dicha actividad (Dumas-Carré 1987)» (Perales, 1993, 170).

Polya (1965, 23-48), presenta el Método heurístico de cuatro pasos de para resolución de problemas:

- Entender el problema, que implica el análisis de enunciados, los cuales suelen constar de una o varias preguntas e información.
- Configurar un plan, es decir cómo se va a hacer.
- Ejecutar el plan, que permite tener consciencia de lo que se hace y por qué se hace.
- Mirar hacia atrás, a partir de revisar lo obtenido frente al enunciado.

La resolución de problemas también ha hecho uso de tecnologías de la información para entender el problema a solucionar, de acuerdo a la información suministrada en el enunciado, en concordancia con el primer paso definido por Polya, López (2013) afirma:

*«La primera fase para solucionar problemas mediante programas de computador consiste en definir con precisión el problema hasta lograr la mejor comprensión posible de éste. Una de las formas de analizar un problema se basa en **formularlo claramente**, especificar los **resultados** que se desean obtener, identificar la **información disponible** (datos), determinar las **restricciones** y definir los **procesos** necesarios para convertir los datos disponibles (materia prima) en la información requerida (resultados)»*

1.2 La competencia para la resolución de problemas

Antes de presentar los referentes teóricos relacionados con las competencias para la resolución de problemas es necesario considerar algunas características y aspectos relevantes según OECD (2012, 7):

- Existe un problema cuando se tiene un objetivo pero no se sabe cómo alcanzarlo, por lo que el estado dado hace referencia al cono-

cimiento sobre el problema al principio, mientras los operadores son las acciones permitidas que pueden llevarse a cabo para alcanzar el estado objetivo (resultados) con la ayuda de las herramientas disponibles.

- La resolución de problemas es un proceso cognitivo dirigido a transformar una situación dada en una situación objetivo cuando no existe una estrategia de solución evidente.

Para OECD (2013, 7), la competencia para la resolución de problemas es *«la capacidad del individuo para emprender procesos cognitivos con el fin de comprender y resolver situaciones problemáticas en las que la estrategia de solución no resulta obvia de forma inmediata. Incluye la disposición para implicarse en dichas situaciones con el objetivo de alcanzar el propio potencial como ciudadano constructivo y reflexivo»*. Para el caso de la pruebas PISA, las competencias son divididas en seis niveles (Tabla 1).

Tabla 1. Descripciones resumidas de los seis niveles de competencia en la escala de matemáticas espacio y forma (OECD, 2004, 95-96)

Nivel	Competencias generales	Tareas específicas que los alumnos deben ser capaces de realizar
6	Resolver problemas complejos que implican representaciones múltiples y a menudo procesos de cálculo secuenciales; identificar y extraer la información pertinente y enlazar información diferente pero relacionada; utilizar el razonamiento, la comprensión significativa y la reflexión; y generalizar los resultados y descubrimientos, comunicar las soluciones y proporcionar explicaciones y argumentaciones	– Interpretar descripciones textuales complejas y relacionarlas con otras representaciones (a menudo múltiples) – Utilizar el razonamiento relativo a las proporciones en situaciones desconocidas y complejas – Mostrar una comprensión significativa para conceptualizar situaciones geométricas complejas o interpretar representaciones complejas y desconocidas – Identificar y combinar múltiples fragmentos de información para resolver problemas – Idear una estrategia para conectar un contexto geométrico con procedimientos y rutinas matemáticas conocidas – Realizar secuencias complejas de cálculos, por ejemplo, el cálculo de volúmenes u otros procedimientos rutinarios en un contexto aplicado, de forma exacta y completa – Proporcionar explicaciones y argumentos escritos basados en la reflexión, la comprensión y la generalización de la comprensión

Nivel	Competencias generales	Tareas específicas que los alumnos deben ser capaces de realizar
5	Resolver problemas que requieren la formulación de supuestos adecuados o que implican trabajar con unos supuestos facilitados; utilizar un razonamiento espacial bien desarrollado, la argumentación y la comprensión, para identificar la información pertinente y enlazar diferentes representaciones; trabajar estratégicamente y llevar a cabo procesos múltiples y secuenciales	– Utilizar el razonamiento espacial/geométrico, la argumentación, la reflexión y la comprensión con objetos de dos o tres dimensiones, tanto conocidos como desconocidos – Establecer supuestos o trabajar con supuestos para simplificar y resolver un problema geométrico en un entorno real, por ejemplo, que requiera la estimación de cantidades en una situación real y comunicar las explicaciones – Interpretar múltiples representaciones de fenómenos geométricos – Utilizar construcciones geométricas – Conceptualizar e idear estrategias de varios pasos para resolver problemas geométricos – Utilizar algoritmos geométricos conocidos en situaciones desconocidas, como el teorema de Pitágoras, y cálculos que requieran el manejo de perímetros, áreas y volúmenes
4	Resolver problemas que impliquen el razonamiento visual y espacial y la argumentación en contextos desconocidos; relacionar e integrar diferentes representaciones; llevar a cabo procesos secuenciales; aplicar habilidades bien desarrolladas de visualización espacial e interpretación	– Interpretar textos complejos para resolver problemas geométricos – Interpretar instrucciones secuenciales y seguir una secuencia de pasos – Realizar interpretaciones utilizando la comprensión espacial en situaciones geométricas no estándar – Utilizar un modelo bidimensional para trabajar con representaciones 3-D de situaciones geométricas desconocidas – Relacionar e integrar dos representaciones visuales diferentes de situaciones geométricas – Desarrollar y aplicar una estrategia que requiera el cálculo en situaciones geométricas – Razonar y argumentar relaciones numéricas en un contexto geométrico – Realizar cálculos sencillos (por ejemplo, multiplicar decimales de varias cifras, aplicar conversiones numéricas utilizando la proporción y las escalas, calcular áreas de formas conocidas)
3	Resolver problemas que requieran un razonamiento visual y espacial elemental en contextos conocidos; relacionar diferentes representaciones de objetos familiares; utilizar habilidades elementales de solución de problemas (idear estrategias simples); aplicar algoritmos sencillos	– Interpretar descripciones textuales de situaciones geométricas desconocidas – Utilizar habilidades básicas de solución de problemas, como idear estrategias sencillas – Utilizar la percepción visual y el razonamiento espacial elemental en situaciones familiares – Trabajar con un modelo matemático conocido que se facilita – Realizar cálculos sencillos como las conversiones de escala (utilizando la multiplicación, el razonamiento proporcional básico) – Aplicar algoritmos rutinarios para resolver problemas geométricos (por ejemplo, calcular longitudes de formas conocidas)

Nivel	Competencias generales	Tareas específicas que los alumnos deben ser capaces de realizar
2	Resolver problemas que impliquen una sola representación matemática en la que el contenido matemático esté directa y claramente presentado; utilizar el pensamiento y las convenciones matemáticas básicas en contextos familiares	– Reconocer patrones geométricos simples – Utilizar términos y definiciones técnicas básicas y aplicar conceptos geométricos básicos (por ejemplo, la simetría) – Aplicar una interpretación matemática de un término comparativo del lenguaje común (por ejemplo, «mayor») en un contexto geométrico – Crear y utilizar una imagen mental de un objeto, tanto bidimensional como tridimensional – Entender una representación visual bidimensional de una situación real conocida – Aplicar cálculos sencillos (por ejemplo, sustracción, división por dos cifras) para resolver problemas en un contexto geométrico
1	Resolver problemas sencillos en contextos familiares utilizando imágenes o dibujos de objetos geométricos y aplicar habilidades de cuentas o cálculo básico	– Utilizar una representación bidimensional dada para contar o calcular elementos de un objeto tridimensional sencillo

1.3 Estrategia RCR desde las fases del aprendizaje significativo

Este apartado busca entrelazar los elementos que para el proyecto se convierten en relevantes, desde el aprendizaje significativo y la implementación de la estrategia RCR (Reproducción, Conexión y Reflexión RCR) en un Ambiente virtual de aprendizaje, AVA, a partir de las concepciones del Constructivismo, donde se evidencia que: cuando un alumno aprende un contenido, le atribuye un significado y construye representaciones mentales del mismo, este contenido debe estar relacionado con situaciones de la vida real y de su contexto, para que lo vincule con los conocimientos previos.

2. Metodología

La metodología empleada se aborda considerando que la estrategia de reproducción, conexión y reflexión RCR diseñada, se debía implementar en un curso de la UNAD y que por tanto debía dar respuesta al estándar definido para los ambientes virtuales de aprendizaje.

Para su descripción, se aborda desde la caracterización y tratamiento dado a la población involucrada, los instrumentos diseñados para recolectar datos y finalmente la descripción del tipo de investigación donde queda enmarcado el proyecto.

2.1 Población

La población objeto de estudio corresponde a un curso específico de la Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), una Institución educativa que ofrece diferentes programas de educación superior y posgrados a través de mediación virtual, permite la inclusión de diversidad de estudiantes, en cuanto a formación académica, edad y contextos regionales. En su estructura académica cuenta con la Escuela de Ciencias Básicas, tecnología e Ingeniería, que se encarga del diseño y oferta de los cursos básicos del área de matemáticas.

El curso seleccionado para el desarrollo de la investigación es el de Álgebra Trigonometría y Geometría Analítica, un curso común y obligatorio en los programas de formación, profesional y tecnológicos, con una población aproximada de 6000 estudiantes por periodo académico. Históricamente el rendimiento académico en el curso es bajo, para los últimos cinco años se ha registrado un porcentaje de aprobación promedio del 52,87%, entre los momentos 1 y 2 de evaluación, de este porcentaje, el desempeño individual del estudiante tiene unos porcentajes de aprobación de 31,75%, situación que pone de manifiesto la dificultad de los estudiantes para solucionar problemas y actividades planteadas a través de una prueba escrita.

De este curso se tomó una muestra de 84 individuos de diversos programas académicos matriculados en la Zona Centro Boyacá [5 estudiantes de Administración de Empresas (9,52 %), 2 estudiantes de Agronomía (2,38%), 25 de Ingeniería Ambiental (29,76%), 7 de Ingeniería de Alimentos (8,33%), 13 de Ingeniería de Sistemas (15,47%), 5 de Ingeniería de Telecomunicaciones (5,95%), 8 de Ingeniería Electrónica (9,52%), 7 de Ingeniería Industrial (8,33%), 2 de Tecnología en Desarrollo de software (2,38%), 2 de Tecnología en Producción de audio (2,38%), 3 de Tecnología en Regencia de farmacia (3,57%) y 2 de Tecnología en Saneamiento ambiental (2,38%)], quienes fueron distribuidos de forma aleatoria en dos grupos, uno denominado grupo de control y otro como grupo experimental, en el desarrollo del proyecto se tomaron como datos válidos los de 50 estudiantes, los restantes corresponden a estudiantes que nunca ingresaron al ambiente, o que ingresaron y no desarrollaron las actividades.

La totalidad de los individuos de la muestra firmaron un consentimiento informado, autorizando el uso de la información recopilada, con base en los datos recopilados en el consentimiento se generó el listado de los estudiantes participantes y se envió a la GIDT (Gerencia de Innovación y Desarrollo Tecnológico) de la Universidad, área encargada de autorizar el ingreso al ambiente virtual de aprendizaje que se diseñó y montó en la plataforma Institucional.

Al interior del ambiente los grupos se encuentran separados, para lograr aplicar la estrategia RCR sólo al grupo experimental, esta separación se da gracias al estándar que ofrece la universidad de formar grupos de 5 estudiantes para las actividades de tipo colaborativo, logrando que la cantidad de estudiantes usen el mismo espacio, pero con recursos diferentes según se considere, así, se logra que el grupo de control no tenga acceso a la estrategia RCR.

El tiempo de uso del ambiente de aprendizaje es el mismo para los dos grupos. Una vez el estudiante ingresa al ambiente interactúa por medio de recursos sincrónicos y asíncronos, que están disponibles para todos y caracterizados según el grupo objeto, ya sea el de control o el experimental, en el caso de los recursos sincrónicos se cuenta con chat y video conferencia, las cuales se desarrollan de forma simultánea orientados por los docentes a cargo. Respecto a los recursos asíncronos, la estrategia se implementa fundamentalmente en foros a través de recursos interactivos y multimediales que ayudan a la comprensión de los enunciados de los problemas planteados.

Al finalizar el proceso a los estudiantes de los dos grupos se les aplica un postest, prueba tipo cuestionario, diseñado teniendo en cuenta las competencias definidas por la OECD (Hanushek & Woessman, 2015).

2.2 Instrumentos de recolección de información

Para lograr identificar el efecto de la aplicación de la estrategia de Reproducción Conexión y reflexión RCR, implementada en el Ambiente Virtual de Aprendizaje AVA, se diseñó una prueba de competencias en resolución de problemas que involucren el uso de ecuaciones de primer grado y un test de autoevaluación que se describen a continuación.

2.2.1 Prueba de evaluación de competencias en resolución de problemas que impliquen el uso de ecuaciones de primer grado. La prueba consiste en un cuestionario con preguntas cerradas de selección múltiple única respuesta, donde según un enunciado, el estudiante debe interpretar y solucionar el problema presentado y posteriormente marcar la opción correcta. La plataforma Moodle permite la aleatoriedad en la aplicación de preguntas y en la presentación de las opciones de respuesta. La prueba diseñada fue sometida a un proceso estadístico de validación interna, consistencia y validez con coeficientes de dificultad, discriminación y confiabilidad con estudiantes de otros docentes del curso Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica de los CEAD Duitama y Tunja.

Las preguntas de la prueba de evaluación de competencias se clasificaron en Categorías, dentro de la plataforma Moodle, acordes a los tres momentos de la estrategia de aprendizaje (reproducción, conexión y reflexión), de tal forma que en el cuestionario aplicado al estudiante aparecieran dos problemas de reproducción, dos de conexión y uno de reflexión. Para aminorar hechos fraudulentos en la presentación de la prueba de evaluación de competencias, se presentaron problemas con el mismo enunciado y datos diferentes.

2.2.2 Instrumento de autoevaluación. Esta actividad tiene como objetivo establecer si los estudiantes a quienes se les aplicó la estrategia RCR (reproducción, conexión y reflexión) valoran su capacidad y disposición para el desarrollo de las actividades en el ambiente virtual de aprendizaje de forma diferente que los estudiantes a quienes no se les aplicó la estrategia. Es una actividad tipo cuestionario, con preguntas cerradas y escala de 1 a 5, cada uno de los ítems fueron ajustados para dar respuesta tanto a las intencionalidades de la investigación como a los lineamientos institucionales.

2.3 Tipo de investigación

Este proyecto se desarrolló bajo la metodología cuantitativa, que *«utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente. A su vez, confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer y estimar con exactitud patrones de comportamiento en una población determinada»* (Cuenya & Ruetti, 2010), y con un diseño experimental grupo control con posttest únicamente, planteado por Campbell & Stanley (1995, 54), bajo la concepción de que el pretest no es imprescindible para los diseños experimentales propiamente dichos, ya que dentro de los márgenes establecidos por las pruebas de significación, la aleatorización puede ser suficiente.

3. Resultados y discusión

3.1 Descripción de resultados

3.1.1 Estrategia RCR. A partir de los referentes teóricos, se estructuró la estrategia RCR que se implementó en un AVA, de forma que se presentan y plantean para cada momento una serie de recursos y espacios que responden a los tres momentos definidos:

- Momento de reproducción: se elaboró una guía integradora de actividades con tres problemas diseñados y validados por docentes

del área de Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica, cuya solución requieren el uso de ecuaciones de primer grado en busca de una transición desde su cotidianidad aritmética hasta un lenguaje algebraico. Esta transición se soporta en 12 recursos multimediales, seis diseñados por los investigadores⁴ y seis seleccionados de los publicados en los entornos académicos en la web.

- Momento de conexión: se plantean dos problemas contextualizados que requieren el planteamiento de las ecuaciones de primer grado. Se apoya en el diseño de tres recursos multimediales que ejemplifican una propuesta de pasos a seguir para lograr la solución del problema: plantear hipótesis que lleven a la solución del problema, pasar de texto a lenguaje algebraico (ecuaciones) y solucionar las ecuaciones.
- Momento de reflexión: se plantean dos problemas de mayor complejidad, y se solicita el planteamiento de un problema que involucre el uso de ecuaciones de primer grado. Al igual que en los momentos anteriores, se apoya en recursos multimediales, en este caso se cuenta con apoyo de un video donde se explica la solución de un problema esquematizando solo en el planteamiento de las ecuaciones y su solución.

3.1.2 Ambiente virtual de aprendizaje. El ambiente desarrollado e implementando está estructurado bajo el estándar AVA de la UNAD, se aloja dentro de la plataforma institucional Moodle. Los recursos, actividades y espacios de interacción que componen la estrategia RCR sometida a prueba de estudio se implementan en seis entornos de trabajo, asegurando su disponibilidad solo para el grupo experimental.

El ambiente de aprendizaje implementado, a través del cual los estudiantes desarrollan el proceso de resolución de problemas y reciben asesoría, se enmarca en el modelo pedagógico Unadista apoyado en *e-Learning* (UNAD, 2011), cuya esencia es el aprendizaje autónomo, significativo y colaborativo. Al ingresar al ambiente, el estudiante encuentra el entorno que se muestra en la Figura 1.

4 En ellos se ejemplifican la solución de seis problemas a partir de la propuesta de los siguientes pasos: plantear hipótesis que lleven a la solución del problema, comprobar cada hipótesis con ejemplos, seleccionar las hipótesis válidas y con base en ellas pasar de texto a lenguaje algebraico (ecuaciones) y solucionar las ecuaciones.



Figura 1. Ambiente Virtual de Aprendizaje

El ambiente está compuesto por tres bloques:

- En el bloque de la izquierda se encuentra todos los recursos que le permiten al estudiante navegar dentro del ambiente, ingresar al espacio de participantes del curso, gestionar su correo interno y finalmente consultar sus calificaciones.
- En el bloque de la derecha el estudiante encuentra accesos a recursos como: búsqueda en los foros, eventos próximos, últimas noticias y usuarios en línea.
- El bloque central, es el espacio desde el cual el estudiante tiene acceso a los seis entornos para el desarrollo de su proceso de formación, a saber:
 - De información inicial: agrupa los recursos: foro de novedades, foro general, agenda, acuerdos del curso y un mensaje de bienvenida.
 - De conocimiento: allí se disponen los contenidos en diversos formatos (texto, imágenes, animaciones, multimediales), y cuenta con referencias bibliográficas requeridas, y complementarias, módulo del curso, libro recomendado para consultas, enlaces a videos, enlaces a los encuentros sincrónicos.
 - De aprendizaje colaborativo: constituido por un foro de interacción y participación en el AVA.
 - De aprendizaje práctico: la base es un foro con un banco de problemas y una serie de recursos para su resolución aplicando herramientas de software.
 - De evaluación y seguimiento: consiste en realizar un monitoreo permanente del proceso del estudiante, mediante acciones de autoeva-

luación, coevaluación y heteroevaluación, en el marco de evaluación formativa y sumativa.

- De gestión: condensa los accesos relevantes para los trámites académicos, ingreso a la red social de la UNAD, biblioteca virtual, consejería virtual, registro y control, etc.

La estrategia RCR se estructura en el ambiente a partir de cuatro elementos (Guía integrada de actividades, Recursos multimediales, Hoja de ruta y Encuentros sincrónicos y asincrónicos), presentes en cada uno de los momentos.

- **Hoja de ruta.** En el entorno de aprendizaje práctico, se presenta el documento Hoja de Ruta, el cual presenta al estudiante una guía para el desarrollo de actividades prácticas presentadas en una serie de recursos interactivos que tiene como objetivo conceptualizar y apoyar el proceso de traducir del lenguaje natural a un lenguaje algebraico, criterio que fue tomado en cuenta para su selección. La Hoja de ruta del grupo control se diferencia de la Hoja de ruta del grupo experimental en los recursos y actividades a desarrollar.

- **Guía integrada de actividades.** Documento en el cual se orienta al estudiante frente a los aspectos: temáticas revisadas, estrategia de aprendizaje a emplear, actividades de la estrategia, recomendaciones y rúbrica de evaluación. De ellos, es importante describir el de actividades de la estrategia, ya que allí se presentan los pasos a seguir en cada momento y los problemas a resolver, cuyo diseño atendió a los fundamentos teóricos (aprendizaje significativo, problemas contextuales, estrategia RCR). En la Tabla 2 se muestra un ejemplo de problema por momento.

- **Material multimedial.** El estudiante cuenta con seis recursos multimediales de solución de problemas que involucran el uso de ecuaciones de primer grado. Cada uno de los problemas fue diseñado y validado acorde con el momento de la estrategia en la cual se presentan, y contextualizado en función del ambiente académico y social del estudiante. En la Tabla 3 se relaciona el material de acuerdo con el momento de la estrategia en el que fue presentado el recurso.

- **Encuentros sincrónicos y asincrónicos.** Para resolver dudas e inquietudes que se presenten en el desarrollo de los problemas planteados en la guía integrada de actividades, se utilizan recursos sincrónicos y asincrónicos, en cada uno de los momentos de la Estrategia RCR. Para los encuentros sincrónicos⁵, como el chat y las

⁵ Se programó un encuentro sincrónico semanal, acorde al momento de la estrategia (reproducción, conexión y reflexión), alternando entre atención vía chat y *web conference*, los encuentros se realizaron en espacios separados para los grupos de control y experimental,

Web Conference, se utilizó la oficina virtual proporcionada por RENATA (Red Nacional Académica de Tecnología Avanzada).

Tabla 2. Problemas diseñados para los momentos de la estrategia RCR

Momento	Problemas diseñados	Temática	Características
Reproducción	En una empresa se dispone cierta cantidad de uniformes para tres secciones, la mitad de ellos se entregan al área de producción, 10 uniformes van para el área administrativa y los últimos dos uniformes para servicios generales, de acuerdo a esto, ¿cuántos uniformes se han repartido?	Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado con una incógnita	Problema Familiar o de su contexto laboral. Bajo nivel de complejidad
Conexión	Para realizar una práctica de laboratorio de Química la UNAD requiere comprar tres tipos de reactivos, A, B y C. El reactivo A es 5 veces más caro que el reactivo B, y el reactivo B vale el doble que el reactivo C, En total se gasta en la compra \$4'500.000, ¿cuál es el valor de cada reactivo?	Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado con tres incógnitas, correlacionadas entre sí.	Problema asociado al contexto de su vida estudiantil. Nivel de dificultad medio
Reflexión	En un viñedo se tiene tres especies de vino, Seco, semiseco y dulce, con tiempos de maduración de 24, 7 y 4 años, respectivamente, ahora se requiere calcular cuántos años más deben permanecer en maduración hasta que la suma de años de los vinos semiseco y dulce igualen a los del vino seco.	Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado con tres incógnitas.	Problema donde debe requiere enlazar los conocimientos de los momentos anteriores. Problema asociado al contexto de su vida laboral. Nivel de dificultad alto

Tabla 3. Relación del material multimedia elaborado para los momentos de la estrategia RCR

Momento	Descripción	Dirección URL del material educativo
Reproducción	Presentación de ejemplo de solución de problema de ecuaciones de primer grado con imagen y audio del docente, para que el estudiante se familiarice con su orientador en el ambiente.	https://www.movenote.com/v/tJttvptYvxBf6
		https://youtu.be/vL2VWLeoxo4
	Videos educativos con ejemplos de solución de problemas con ecuaciones de primer grado de nivel de dificultad bajo, desarrollados paso a paso.	https://youtu.be/iqbA2sh-n4g
		https://youtu.be/tMwE2hjKENS
		https://youtu.be/b6oOEX5uWig https://youtu.be/-Rb3C81sBwo

pero de forma simultánea. Para el grupo experimental, dentro del espacio de encuentro, se orientó y recordó cada uno de los pasos que correspondían con el momento de trabajo, esto se realizó a partir de uno de los materiales multimediales diseñados.

Conexión	Presentación de ejemplo de solución de problema de ecuaciones de primer grado con imagen y audio del docente, se motiva al trabajo autónomo, por tanto en el material se reduce el nivel de detalle en la explicación al no ejemplificar las hipótesis planteadas.	https://www.movenote.com/v/mkGMPk0K9nCxE
	Videos educativos con ejemplos de solución de problemas con ecuaciones de primer grado de nivel de dificultad medio.	http://youtu.be/RYqN0s3yKo8 http://youtu.be/2xIDJVqD8QI
Reflexión	Video educativo con ejemplos de solución de problemas con ecuaciones de primer grado de nivel de dificultad alto	https://www.youtube.com/watch?v=JzVpmBwVBZ4&feature=youtu.be

Para la comunicación asincrónica se contó con tres foros, uno para cada momento de la estrategia, en donde el docente brinda asesoría y realimentación acorde a lo manifestado por el estudiante en este espacio. Estos espacios son diferenciados para los grupos control y experimental, en cuanto al material que se encuentra relacionado, como guía de actividades y Hoja de ruta. En el AVA se disponen otros recursos asincrónicos comunes para los grupos experimental y control, tales como foro de novedades y foro general, recursos en evaluación y seguimiento.

Al finalizar el desarrollo de las actividades planteadas en la guía de actividades, se solicita a los estudiantes que realicen su autoevaluación y coevaluación, para luego presentar una prueba de competencias en solución de problemas de primer grado, una actividad en línea con preguntas de selección múltiple⁶ (Figura 2).

3.2 Discusión de resultados

En lo que respecta al diseño del ambiente virtual de aprendizaje para implementar la estrategia de desarrollo de actividades cognitivas en tres momentos (reproducción, conexión y reflexión) aplicada al dominio de conocimiento de las ecuaciones de primer grado, se puede concluir que el objetivo se logró al implementar dentro del campus virtual de la universidad un ambiente donde a través de los seis entornos se incorporó la estrategia RCR de forma tal que fuera evidente para el grupo experimental y transparente para el grupo de control, de acuerdo a los lineamientos institucionales.

En el proceso se evidenció lo planteado por Arnau (2010, 1) sobre «*la predisposición a usar métodos no algebraicos para resolver los problemas*», tanto en el planteamiento de las hipótesis solicitadas en el ejercicio de solucionar los problemas, como en los procesos presentados en el momento de reproducción:

- Se observó que el estudiante no logra el planteamiento del problema en término de ecuaciones algebraicas, en cambio busca los datos constantes e intenta relacionarlos en una ecuación donde asume, debe ir una variable (x), aunque no identifique que representa e intenta solucionarlo con base en esta estructura.
- Dentro de las diversos aportes que realizan los estudiantes en los foros de trabajo colaborativo, se manifestó la respuesta a formular hipótesis frente a la solución del problema y a probarlas a partir de ejemplos.

Al incorporar las actividades en los momentos de reproducción, conexión y reflexión RCR se tuvo especial cuidado en introducirla como una estrategia de aprendizaje y no como un contenido a aprender, atendiendo lo expresado por Gaulin (2001), por ello, no se enuncia como tal a los estudiantes, queda en cambio, inmersa dentro de las actividades a desarrollar en cada uno de los entornos, así los estudiantes observan una estructura similar a la que están acostumbrados en los demás cursos, con una serie de tareas específicas a desarrollar desde una guía integrada de actividades.

Al final puede evidenciarse que la estrategia RCR se convierte en un punto de partida para estandarizar e implementar dicha estrategia, en procesos de aprendizaje que requieran o involucren el uso de resolución de problemas, donde sea posible partir de ejemplificar soluciones hasta llegar al punto donde se logre el planteamiento de nuevos problemas y sobre todo enmarcada dentro de las competencias definidas por la OECD.

Dentro de esta estándar, de manera implícita, se incluye el hecho de caracterizar los elementos que se involucran en el proceso, tales como: el ambiente donde se implementará ya sea virtual o presencial,

el proceso para la elaboración del material multimedia, el diseño de la guía integradora de actividades y el apoyo sincrónico y asincrónico que debe ofrecerse.

4. Conclusiones

Como conclusión final se puede afirmar que los aspectos más importantes a considerar en la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado desde las TIC se logran enmarcar dentro de una estrategia denominada Reproducción Conexión y reflexión dentro de un ambiente virtual de aprendizaje, que se rige por un estándar definido por la UNAD para los cursos que oferta. Esta estrategia permite una estructura que atienda las competencias dadas por la OECD en resolución de problemas y las fases del aprendizaje significativo, apoyada en recursos multimediales y de interacción asincrónica y sincrónica.

Así, se logra determinar que los aspectos a considerar son:

- Frente a la estrategia RCR. La estrategia se estructura en el ambiente a partir de cuatro elementos (Guía integrada de actividades, Recursos multimediales, Hoja de ruta y Encuentros sincrónicos y asincrónicos), presentes en cada uno de los momentos.
- Ambiente virtual de aprendizaje. Estructurado a partir de entornos que faciliten la inclusión de cada uno de los elementos que estructuran la estrategia RCR, para este caso en particular desde seis entornos de trabajo.
- En el ambiente se deben incluir además recursos de navegación dentro del ambiente, gestionar su medios de comunicación con el tutor y compañeros, consulta de calificaciones, búsquedas, eventos próximos, últimas noticias y usuarios en línea.

Referencias bibliográficas

- ARNAU VERA, D. (2010). La enseñanza de la resolución algebraica de problemas en el entorno de la hoja de cálculo [en línea]. Tesis doctoral (Doctor en Didáctica de la Matemática). Valencia (España): Universitat de València, Facultat de Matemàtica. 491 p. ISBN: 978-84-370-7916-5 <<http://roderic.uv.es/handle/10550/23483>> [consulta: 12/12/2015]
- BROWN, J.S.; COLLINS, A. & DUGUID, P. (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning [online]. In: Educational Research Vol. 18, No. 1 (jan). Washington (USA): American Educational Research Association, AERA. p. 32-42. e-ISSN: 1935-102X <<http://edr.sagepub.com/content/18/1/32.full.pdf>> <doi: 10.3102/0013189X018001032> [consult: 12/11/2015]
- CAMPBELL, D.T. & STANLEY, J.C. (1995). Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social [en línea]. Buenos Aires (Argentina): Amorrortu editores. 159 p. ISBN: 950-518-042-X <<https://sociologiaycultura.files.wordpress.com/2014/02/campbell-stanley-disec3b1os-experimentales-y-cuasiexperimentales-en-la-investigac3b3n-social.pdf>> [consulta: 27/03/2015]

- CUENYA, L. & RUETTI, E. (2010). Controversias epistemológicas y metodológicas entre el paradigma cualitativo y cuantitativo en psicología [EN LÍNEA]. En: Revista Colombiana de Psicología, Vol. 19, No. 2. Bogotá (Colombia): Universidad Nacional de Colombia. e-ISSN: 2344-8644 <<http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/psicologia/article/view/17795/34440>> [consulta: 12/12/2015]
- DÍAZ BARRIGA ARCEO, F. & HERNÁNDEZ ROJAS, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista. 2 ed. México D.F. (México): McGraw-Hill/ Interamericana. 465 p.. ISBN: 978-10-3526-7
- GAULIN, D. C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas [en línea]. En: Sigma: revista de Matemáticas, No. 19, Vitoria – Gasteiz (España): Gobierno Vasco: Servicio Central de Publicaciones. p. 51-63. ISSN: 1131-7787 <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_19/7_Tendencias_Actuales.pdf> [consulta: 12/10/2015]
- HANUSHEK, E.A. & WOESSMANN, L. (2015). Universal Basic Skills: What countries stand to gain [online]. Paris (France): OECD. 112 p. ISBN: 9789264234833. <<http://dx.doi.org/10.1787/9789264234833-en>> <<http://www.oecd-ilibrary.org/docserver/download/9115061e.pdf?expires=1462223834&id=id&accname=guest&checksum=6B260CEDD0770E5B99A3EDD57DBE72A5>> [consult: 02/02/2016]
- INSTITUTO NACIONAL DE EVALUACIÓN Y CALIDAD DEL SISTEMA EDUCATIVO, INECSE (2005). PISA 2003: Pruebas de Matemáticas y de Solución de problemas [en línea]. Madrid (España): INECSE. 92 p. <<http://www.mecd.gob.es/dctm/evaluacion/internacional/pisa2003liberados.pdf?documentId=0901e72b801106c6>> [consulta: 12/12/2015]
- LÓPEZ GARCÍA, J.C. (2013). Herramienta para analizar problemas [en línea]. Cali (Colombia): Fundación Gabriel Piedrahita Uribe, FGPU. <<http://www.eduteka.org/analisisproblemas.php>> [consulta: 12/12/2015]
- ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT, OECD (2013). PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, science, problem solving and financial literacy [online]. Paris (France): OECD Publishing. 261 p. ISBN: 978-92-64-19051-1. <<http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>> <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf> [consult: 17/10/2015]
- ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICO, OECD (2004). Informe PISA2003: Aprender para el mundo del mañana [en línea]. Madrid (España): Santillana. 480 p. ISBN: 84-294-0580-1. <<http://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf>> [consulta: 17/10/2015]
- PERALES PALACIOS, F.J. (1993). La resolución de problemas: Una revisión estructurada [en línea]. En: Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas, Vol. 11, No. 2. Barcelona (España): Institut de Ciències de l'Educació, Universitat Autònoma de Barcelona. p. 170-178. ISSN: 0212-4521. <<http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21188/93250>> [consulta: 15/10/2015]
- POLYA, G. G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México (México): Trillas. 215 p. ISBN: 968-24-0064-3
- UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA, UNAD (2011). Proyecto académico pedagógico solidario -versión 3.0 [en línea]. Bogotá (Colombia): UNAD. 226 p. <<http://academia.unad.edu.co/images/pap-solidario/PAP%20solidario%20v3.pdf>> [consulta: 12/11/2015]
- VASCO U., C.E. (2006). Siete retos de la educación colombiana para el periodo de 2006 a 2019 [en línea]. Cali (Colombia): Fundación Gabriel Piedrahita Uribe, FGPU. 8 p. <<http://www.eduteka.org/pdfdir/RetosEducativos.pdf>> [consulta: 12/11/2015]