

Artículo de investigación

Recibido: 18-07-2025 - Aceptado: 16-01-2026 - Publicado: 26-01-2026

Idoneidad didáctica de centros de aprendizaje sobre estructura aditiva en el libro *Prest Matemáticas* grado tercero en la educación primaria en Colombia

Liliana Moreno Mercado ¹

Wendy Arrieta Padilla ²

Resumen

El presente artículo deviene de un trabajo de investigación orientada al análisis de idoneidad didáctica de los centros de aprendizaje relacionados con la estructura aditiva en el libro *Prest Matemáticas* para grado tercero del **Ministerio de Educación de Colombia**. Se adopta una metodología cualitativa, de tipo documental, con diseño de estudio de caso instrumental, fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Se analizaron los centros 4 y 5 del cuadernillo del estudiante, identificando prácticas, objetos, procesos y significados vinculados a las estructuras aditivas. Los resultados muestran un nivel de idoneidad didáctica medio-bajo, con predominio de problemas de combinación y algunos de cambio, escasa diversidad de estructuras, poca explicitación conceptual y limitaciones en la articulación de representaciones. Además, se evidenció debilidad en la argumentación y escaso desarrollo de las dimensiones afectiva e interaccional. Se concluye que los centros requieren ser rediseñados según los criterios del EOS, con el fin de potenciar su valor formativo y fortalecer la enseñanza del pensamiento aditivo.

1 Magister en Educación (en proceso), Universidad de Sucre. Docente en primera Infancia, Institución Educativa Técnico Agropecuario Don Gabriel, Sucre, Colombia.
ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-5796-4108>; email: lilimormer@gmail.com

2 Magister en Educación, Universidad de Sucre. Docente adscrita al departamento de Matemática, Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3848-6996>; email: wendy.arrieta@unisucra.edu.co

Palabras clave: Estructura aditiva, Libros de texto escolares, Centros de aprendizaje, Idoneidad didáctica, Pensamiento matemático.

Didactic suitability of learning centers on additive structure in the book Prest Mathematics third grade in primary education in Colombia

Abstract

This research analyzes the didactic suitability of learning centers related to the additive structure in the Prest Mathematics textbook for third grade. A qualitative, documentary methodology is adopted, with an instrumental case study design, based on the Ontosemiotic Approach to Knowledge and Mathematical Instruction (EOS). Centers 4 and 5 of the student booklet were analyzed, identifying practices, objects, processes, and meanings linked to additive structures. The results show a medium-low level of didactic suitability, with a predominance of combination problems and some change problems, limited structural diversity, poor conceptual explanation, and limitations in the articulation of representations. Furthermore, weak argumentation and poor development of the affective and interactional dimensions were evident. It is concluded that the centers require redesign according to EOS criteria, in order to enhance their formative value and strengthen the teaching of additive thinking.

Keywords: Additive structure, School textbooks, Learning centers, Didactic suitability y Mathematical thinking

Adequação didática dos centros de aprendizagem sobre estrutura aditiva no livro Prest Matemática 3º ano no ensino fundamental na Colômbia

Resumo

Esta pesquisa analisa a adequação didática dos centros de aprendizagem relacionados à estrutura aditiva no livro didático Prest Mathematics para o terceiro ano. Adota-se uma metodologia qualitativa, documental, com um delineamento de estudo de caso instrumental, baseado na Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). Os centros 4 e 5 do livro didático do aluno foram analisados, identificando práticas, objetos, processos e significados vinculados às estruturas aditivas. Os resul-

tados mostram um nível médio-baixo de adequação didática, com predominância de problemas de combinação e alguns problemas de mudança, diversidade estrutural limitada, explicação conceitual pobre e limitações na articulação das representações. Além disso, foram evidentes argumentação fraca e desenvolvimento deficiente das dimensões afetiva e interacional. Conclui-se que os centros precisam ser redesenhados de acordo com os critérios da EOS, a fim de aumentar seu valor formativo e fortalecer o ensino do pensamento aditivo.

Palavras-chave: Estrutura aditiva, Livros didáticos escolares, Centros de aprendizagem, Adequação didática, Pensamento matemático

Introducción

El libro de texto es considerado un recurso primordial en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria. Su uso está ampliamente extendido entre los docentes, quienes lo emplean como base para estructurar sus clases y orientar las actividades de aprendizaje en el aula (Hansen, 2018). Lejos de limitarse a ser un compendio de contenidos, cumple la función de puente entre el currículo oficial y la práctica pedagógica, influyendo directamente en qué y cómo se enseña. Esta función mediadora resalta la importancia de las decisiones editoriales y didácticas tomadas en su diseño, ya que inciden de manera significativa en los aprendizajes del estudiante, la calidad del proceso educativo y el fortalecimiento de habilidades matemáticas fundamentales (Tarin & Tárraga, 2021).

Diversos estudios han evidenciado cómo la calidad de las actividades propuestas en los libros de texto influye en los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos fundamentales como las operaciones aditivas (Rezat & Strässer, 2020; Fan et al., 2018). En particular, se ha destacado la importancia de analizar el potencial didáctico de estos materiales no solo desde una perspectiva algorítmica, sino considerando su capacidad para promover la comprensión conceptual, el uso flexible de representaciones y la resolución de problemas diversos (Valverde et al., 2019).

Así mismo, investigaciones recientes insisten en la necesidad de integrar marcos teóricos para evaluar la idoneidad de las propuestas instruccionales (Godino & Font, 2021; Planas et al., 2022), destacando el Enfoque Onto-semiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) como una herramienta metodológica para dicho análisis.

Este estudio se centra en el análisis de los centros de aprendizaje 4 y 5 del cuadernillo del estudiante del libro “PREST Matemáticas Grado 3°”, con el fin de identificar los objetos y procesos matemáticos movilizados, la configuración didáctica que presentan los centros y valorar el nivel de idoneidad que presentan de acuerdo al EOS y con los referentes de calidad, incluyendo los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006).

La interrelación entre estos elementos permite valorar la coherencia epistemológica, cognitiva y mediacional de las propuestas didácticas, reconociendo su impacto en la construcción de esquemas de pensamiento aditivo en los estudiantes (Vergnaud, 2009). En este sentido, es fundamental examinar no solo la presencia de las estructuras aditivas —combinación, cambio, comparación e igualación— sino también la forma en que estas se presentan, se contextualiza y se diversifican en el diseño de las tareas (Fuson et al., 2015; Ball & Bass, 2019).

Estudiar estos componentes resulta crucial para comprender hasta qué punto los recursos didácticos propuestos en el texto escolar favorecen una enseñanza significativa de las estructuras aditivas, alineada con los principios de una educación matemática para la comprensión, la argumentación y la equidad (Planas & Civil, 2021). A partir de este análisis se busca aportar criterios didácticos que orienten tanto el rediseño de materiales educativos como la formación docente inicial y continua.

El objetivo de este trabajo es analizar el grado de idoneidad didáctica de los centros de aprendizaje 4 y 5 del libro “PREST Matemáticas Grado 3°” en relación con la enseñanza de las estructuras aditivas, valorando los objetos matemáticos, las representaciones utilizadas, la diversidad y complejidad de las tareas, y su alineación con los referentes curriculares, desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática.

El papel del libro de texto en la enseñanza de las matemáticas

El libro de texto escolar de matemáticas desempeña un papel fundamental en el ámbito educativo, ya que actúa como una guía para docentes y estudiantes, estructurando los contenidos y las actividades de aprendizaje de manera sistemática. Según lo planteado por López y Rico (2019), los libros de texto son herramientas didácticas que reflejan decisiones curriculares, pedagógicas y disciplinares. Estas herramientas permiten organizar el conocimiento en un formato accesible para los diferentes actores del proceso educativo. En este sentido, los libros de texto no solo cumplen la función de transmitir información, sino que también sugieren prácticas pedagógicas y metodológicas que influyen directamente en la manera en que se enseñan las matemáticas.

De este modo, es fundamental establecer criterios precisos para la selección de los libros de texto que utilizarán los estudiantes, ya que estos materiales no solo cumplen la función de “conservar y transmitir” el conocimiento matemático (Cid et al., 2004), sino que también se convierten en herramientas para resolver problemas, recordar definiciones y repasar propiedades esenciales. Su papel como referencia convierte al libro de texto en un recurso indispensable tanto para el aprendizaje autónomo como para el trabajo guiado por el docente, facilitando la conexión entre teoría y práctica en el proceso educativo.

Entre las principales funciones de los libros de texto se encuentran la organización lógica de los contenidos, la comunicación del currículo oficial, la evaluación del progreso estudiantil y la promoción de habilidades matemáticas mediante la práctica sistemática. Además, los libros de texto son un valioso objeto de análisis, ya que permiten evaluar cómo se interpreta y traduce el currículo en propuestas concretas de enseñanza (Valverde et al., 2019). Este análisis permite centrarse en aspectos como la estructura y organización de los contenidos, los enfoques pedagógicos implícitos, las representaciones matemáticas utilizadas y la incorporación de perspectivas que fomenten la equidad y la diversidad en el aula, entre otros aspectos acordes a lo planteado en los lineamientos curriculares de matemáticas.

No obstante, diversos estudios advierten sobre las limitaciones que los libros de texto pueden imponer. Es decir, pueden restringir la creatividad docente al perpetuar prácticas tradicionales (Martín et al., 2018). Además, es posible que presenten sesgos culturales o disciplinarios que impacten negativamente en la enseñanza. Del mismo modo, Vasco (1989) enfatiza que, una vez seleccionado un texto, surgen nuevos desafíos en su utilización. Con frecuencia, el libro de texto se convierte en el currículo real, lo que dificulta la implementación de renovaciones curriculares hasta que estas se reflejen en nuevos materiales y sean adoptadas ampliamente por instituciones educativas y docentes.

Por lo tanto, los libros de texto reflejan las interpretaciones del currículo realizadas por las editoriales y los autores. Este hecho los convierte en una herramienta crucial para evaluar la traducción del currículo oficial en propuestas concretas de enseñanza.

En este sentido, existen diversas perspectivas y herramientas teóricas que ofrecen marcos para analizar el uso pedagógico y didáctico de los libros de texto. Una de estas herramientas es el Enfoque Ontosemiótico (EOS),

que permite determinar la idoneidad didáctica de los materiales y proponer mejoras desde orientaciones curriculares, didácticas y epistemológicas. Esto resulta especialmente oportuno para la enseñanza de conceptos como las estructuras aditivas, ya que contribuye a atender las necesidades de los estudiantes en contextos diversos y promueve una enseñanza más inclusiva y contextualizada.

Herramientas del EOS para el análisis didáctico

Para el análisis de la actividad matemática desde el Enfoque Ontológico-Semiótico (EOS), se identifican seis tipos fundamentales de objetos matemáticos: problemas o situaciones, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos objetos se organizan en configuraciones, entendidas como redes interconectadas que emergen de los sistemas de prácticas matemáticas, reflejando las relaciones que se establecen entre ellos.

Las configuraciones de objetos matemáticos pueden analizarse desde dos perspectivas principales: la dimensión epistémica, que se centra en el estudio del conocimiento institucionalizado y su estructura, y la dimensión cognitiva, enfocada en los procesos individuales de comprensión y aprendizaje (Godino et al., 2007). El Este análisis posibilita una mirada más detallada de cómo los significados matemáticos se construyen y consolidan en contextos educativos.

Según Godino et al. (2004) el EOS introduce herramientas como las configuraciones y trayectorias didácticas para evaluar la idoneidad de un proceso de enseñanza. Las configuraciones didácticas se definen como sistemas de relaciones que incluyen objetos matemáticos, funciones semióticas y los significados generados durante la resolución de tareas. Por su parte, las trayectorias didácticas describen la evolución temporal de los estados de las dimensiones consideradas, como la trayectoria epistémica (significados institucionales), docente (acciones del profesor) y discente (acciones del estudiante).

Estas herramientas permiten identificar los elementos que intervienen en el proceso didáctico, tales como situaciones-problemas, recursos tecnológicos y patrones de interacción. Además, el EOS facilita la detección de conflictos semióticos derivados de la discrepancia entre los significados pretendidos e implementados en el aula, promoviendo estrategias para su resolución.

El modelo de análisis didáctico propuesto por Font et al. (2010) propone cinco niveles para estudiar los procesos de instrucción matemática adaptado de los niveles del enfoque Ontosemiótico:



Figura 1. Niveles de análisis didáctico según el Enfoque Ontosemiótico (EOS)

Nota. Proceso de análisis didáctico según el EOS. Adoptado de Burgos et al. (2023); Font et al. (2010); Godino et al., (2007).

Las herramientas descritas son aplicables tanto al análisis de un proceso de estudio específico llevado a cabo durante una sesión de clase, como a la planificación o ejecución de una unidad didáctica. Además, pueden emplearse en un contexto más amplio, como el diseño de un curso o una propuesta curricular. Asimismo, resultan útiles para analizar aspectos particulares de un proceso de estudio, como materiales didácticos, manuales escolares, respuestas de los estudiantes ante tareas concretas, o “incidentes didácticos” específicos (Godino et al., 2006).

En este sentido, el enfoque del análisis didáctico permite avanzar desde el estudio situaciones problemáticas (o el concepto y su estructura conceptual) hacia la configuración epistémica y cognitiva, avanzando posteriormente hacia la configuración didáctica. Esta última abarca no solo el conocimiento y los sujetos involucrados, sino también el rol del docente, los recursos empleados y las interacciones entre los distintos (Godino et al., 2006).

Criterios de idoneidad didáctica

Según Godino et al. (2007) la idoneidad didáctica se define como el grado de coherencia y efectividad en la articulación de las dimensiones implicadas en un proceso de enseñanza-aprendizaje. Cada dimensión se evalúa mediante indicadores específicos:

- Epistémica: valora en qué medida los significados institucionales implementados o propuestos representan de manera adecuada los significados de referencia.
- Cognitiva: Indica si los significados propuestos se sitúan dentro de la zona de desarrollo potencial del estudiante y si los aprendizajes logrados se aproximan a los significados esperados.
- Afectiva: considera el nivel de implicación del alumnado en términos de interés, motivación y disposición hacia el estudio. Esta dimensión está influenciada tanto por factores institucionales como por la trayectoria escolar previa de cada estudiante.
- Interaccional: se valora la idoneidad de las configuraciones y trayectorias didácticas en la medida en que permiten anticipar conflictos semióticos y ofrecer oportunidades para resolverlos durante el proceso de instrucción.
- Mediacional: hace referencia a la pertinencia y disponibilidad de los recursos materiales, temporales y tecnológicos necesarios para el desarrollo de la enseñanza.
- Ecológica: Examina el grado en que el proceso de enseñanza-aprendizaje se ajusta al proyecto educativo institucional, a las demandas sociales y a las condiciones del contexto en que se lleva a cabo

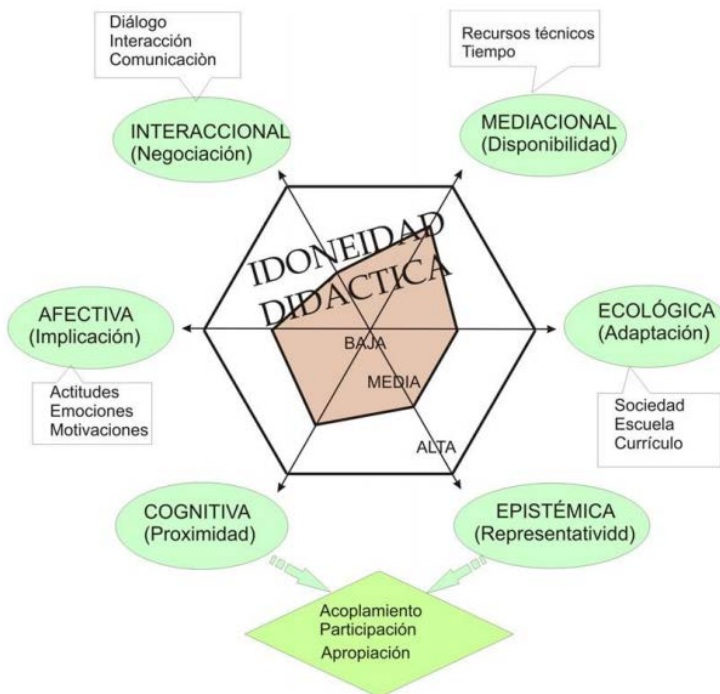


Figura 2. Componentes y facetas de la Idoneidad didáctica

Nota: Representación visual de la Idoneidad didáctica. Fuente. Godino (2013)

Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la idoneidad didáctica como criterio sistémico de pertinencia (adecuación al proyecto de enseñanza) de un proceso de instrucción, cuyo principal indicador empírico puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos/ implementados (Godino et al. 2005).

Componentes e indicadores de idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica puede utilizarse para analizar un proceso de estudio específico desarrollado durante una sesión de clase, para planificar o diseñar una unidad didáctica, o incluso para abordar el desarrollo integral de un curso o propuesta curricular. Asimismo, resulta valioso para examinar elementos concretos dentro de un proceso educativo, como materiales didácticos, manuales escolares, respuestas de los estudiantes a actividades específicas o situaciones puntuales denominadas “incidentes didácticos” (Godino, 2013).

De acuerdo con el EOS, alcanzar y evaluar una alta idoneidad didáctica en un proceso de estudio es una tarea de gran complejidad, ya que implica múltiples dimensiones, cada una compuesta por diversos elementos. En este sentido, se propone una serie de indicadores para las diferentes idoneidades parciales y las interacciones entre ellas. Estos indicadores pueden actuar como referencia o guía tanto para diseñar como para valorar acciones formativas, ya sean planificadas o implementadas en la práctica educativa.

Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)

Se incorpora el componente vinculado con las situaciones-problema, para el cual se establecen los siguientes criterios: presentar un conjunto representativo y coherente de actividades de contextualización, ejercitación y aplicación, así como promover la problematización mediante la formulación de nuevos problemas. Desde la perspectiva EOS, las situaciones-problema adquieren un papel fundamental, en tanto que, bajo una concepción antropológica de la matemática, los objetos matemáticos surgen de las prácticas de los sujetos al enfrentarse a estas situaciones.

En este sentido, alcanzar un nivel elevado de idoneidad epistémica depende, en gran medida, de la adecuada selección y adaptación de tareas o problemas significativos. No obstante, el EOS subraya que, además de las situaciones-problema, es necesario atender a las múltiples representaciones y medios de expresión —en coherencia con los aportes de Duval (1996)—,

así como a las definiciones, procedimientos, proposiciones y justificaciones que se ponen en juego.

De este modo, las tareas propuestas han de ofrecer a los estudiantes distintas posibilidades de resolución, involucrar diversas formas de representación y exigir procesos de conjetura, interpretación y justificación de las soluciones alcanzadas.

Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Respecto a la idoneidad cognitiva, el EOS concibe el aprendizaje como el proceso mediante el cual los estudiantes se apropian de los significados institucionales previstos, a través de su participación en la comunidad de práctica que se construye en el aula.

Este proceso supone una aproximación gradual entre los significados personales de los estudiantes y los significados institucionales establecidos en la planificación docente. Dichos significados se interpretan como prácticas de carácter operativo y discursivo, lo que a su vez implica identificar y articular los objetos matemáticos involucrados en esas prácticas (Godino et al., 2009).

Componentes e indicadores de idoneidad ecológica

La idoneidad ecológica es la medida en que el proceso de estudio se adapta al proyecto educativo del centro, las normas curriculares y el entorno social, etc. (Breda et al., 2016, p.7). implica las relaciones del contenido matemático con otras disciplinas, y los factores curriculares, socio-profesionales, políticos, económicos que condicionan los procesos de instrucción matemática (Godino, 2013).

Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

La idoneidad afectiva o emocional incluye los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales, actitudinales y creencias de los estudiantes con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido. El punto central de la idoneidad afectiva es la implicación, interés y motivación de los estudiantes en el proceso de estudio (Godino, 2013).

Este componente atiende a la existencia de propuestas que incentive al estudiante a justificar sus respuestas en un clima de igualdad, reconociendo y valorando sus ideas. También contempla la inclusión de actividades que estimulen el trabajo colaborativo, la participación activa y la aceptación de estrategias y soluciones diversas. Del mismo modo, se revisa si el libro de texto propicia en los alumnos una disposición abierta para explorar diferentes enfoques matemáticos y recurrir a métodos alternativos en la resolución de problemas (Rey & Penalva, 2002; Santaolalla, 2014).

El empleo de materiales didácticos en el aula contribuye no solo a facilitar la comprensión de conceptos complejos, sino también a influir positivamente en las actitudes y creencias de los estudiantes, promoviendo una disposición favorable hacia el aprendizaje y estimulando su motivación para participar de manera activa en las actividades académicas (González y López, 2020).

La resolución de un problema matemático implica una dimensión afectiva para la persona que lo enfrenta. En este proceso, no solo se emplean prácticas operativas y discursivas para buscar soluciones, sino que también entran en juego creencias, actitudes, emociones y valores que influyen, en mayor o menor medida, en la respuesta cognitiva necesaria (Godino, 2013).

Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

El punto clave para la idoneidad interaccional es la negociación de significados, los significados institucionales de referencias que se pretende que los estudiantes aprendan, pero los estudiantes tienen unos significados iniciales que debemos tener en cuenta y haya una cierta negociación para que progresivamente los estudiantes se vayan apropiando de esos significados institucionales pretendidos (Godino, 2013).

Se refiere a la interacción entre el autor y el estudiante, considerando que, en los textos tradicionales, dicha interacción no es bidireccional. En este marco, se valora si los contenidos están organizados y presentados de manera clara, con un énfasis adecuado en los conceptos fundamentales mediante estrategias específicas. Además, se analiza si el vocabulario empleado es accesible, si las ilustraciones cumplen con estándares de calidad gráfica y propósito, y si se incluyen ejemplos diversos y comprensibles (Castillo et al., 2021).

En ese sentido, la interacción entre los estudiantes se fomenta a través de tareas que favorecen el intercambio de ideas y comunicación, a la vez que contemplan la organización flexible de los grupos. Igualmente, se destacan aquellas situaciones que permiten a los alumnos expresarse con naturalidad, mostrarse activos y participativos, favoreciendo el desarrollo de la autonomía intelectual necesaria para resolver problemas reales y adaptarse a nuevas situaciones.

En relación con la evaluación formativa, esta debe incluir formas de evaluación continua a lo largo de la lección, no limitándose únicamente al final, ya que estas técnicas sirven como retroalimentación para los estudiantes.

Asimismo, resaltan la importancia de que los libros de texto incorporen diversas técnicas de evaluación alineadas con las metas de aprendizaje (Godino et al. 2012).

Componentes e indicadores de idoneidad mediacional

Se refiere al grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje (Godino, 2013).

De acuerdo al uso de recursos y materiales, se valora en qué medida el libro de texto incentiva la incorporación de materiales complementarios. También, se analiza si las tareas propuestas son pertinentes y requieren el uso de herramientas como calculadoras, software o programas, y si estas se presentan de manera explícita y diversificada.

Respecto al componente de tiempo, se valora si la distribución temporal es adecuada para abordar los contenidos más complejos y si, en términos generales, la planificación de actividades y contenidos es factible (Castillo et al., 2021).

Definición y naturaleza del campo conceptual

Las estructuras aditivas son definidas como:

Campo conceptual que engloba un conjunto de situaciones cuya resolución requiere la utilización de operaciones como la adición, la sustracción o una combinación de ambas. Estas situaciones están íntimamente relacionadas con conceptos, procedimientos y representaciones que varían en naturaleza y complejidad. (Vergnaud, 1983, p. 128)

Este campo no solo implica la aplicación operativa, sino también la conceptualización articulada de las relaciones numéricas y sus propiedades.

De acuerdo con la teoría de los campos conceptuales, el desarrollo de un concepto no se limita a un único tipo de situación, ni las situaciones pueden analizarse con un único concepto. Por ello, las estructuras aditivas requieren un enfoque progresivo y diverso, donde las relaciones entre conceptos y situaciones se exploran a lo largo del tiempo (Moreira, 2002).

De acuerdo con Vergnaud (1990), existen diversos tipos de operaciones aditivas y sustractivas que, en general, no se abordan de manera habitual ni en la educación primaria ni en la secundaria. Sin embargo, estas son fundamentales, ya que los niveles de dificultad entre los distintos casos presentan grandes diferencias. En el ámbito escolar, este objeto matemático suele

centrarse en la operatividad, la comprensión y la aplicación de algoritmos, dejando de lado procesos más complejos.

La complejidad de los problemas de tipo aditivo depende de las distintas categorías de relaciones numéricas y de los diferentes tipos de problemas que pueden formularse dentro de cada categoría. Además, Vergnaud señala otros elementos que influyen en estos problemas, como la facilidad relativa del cálculo numérico, la disposición y organización de la información presentada, así como el tipo de contenidos y relaciones que se consideren.

-Transformación (cambio o combinación temporal). Estas relaciones implican un cambio en una cantidad inicial debido a una transformación, que puede ser positiva (incremento) o negativa (decremento). La situación implica cómo la cantidad cambia de un estado inicial a uno final. Por ejemplo:

Problema simple: “Luis tenía 8 manzanas y compró 5 más. ¿Cuántas tiene ahora?”

Estado inicial: 8 manzanas.

Transformación positiva: +5 manzanas.

Estado final: 13 manzanas.

Este tipo de problemas introduce la noción de suma como una forma de modelar incrementos y la resta para modelar decrementos. Aquí se trabaja el esquema de transformación y evolución en el tiempo.

-Composición (parte-todo). Implica establecer una relación aditiva entre partes que conforman un conjunto total, sin que exista transformación o cambio temporal. Los términos involucrados no hacen referencia a una evolución en el tiempo, sino a una relación estática entre cantidades coexistentes. Por ejemplo:

Problema simple. *En una caja hay 4 bolas rojas y 6 azules. ¿Cuántas bolas hay en total?*

Forma: parte + parte = todo

Aquí se estructura la idea de la adición como combinación de conjuntos disjuntos.

-Comparación (diferencia entre dos cantidades). Estas relaciones involucran la comparación de dos cantidades para determinar la diferencia entre ellas o identificar cuál es mayor o menor. Por ejemplo:

“Ana tiene 15 lápices y Pedro tiene 9. ¿Cuántos lápices más tiene Ana que Pedro?”

Forma: mayor cantidad – menor cantidad = diferencia

Cantidad mayor: 15 (Ana).

Cantidad menor: 9 (Pedro).

Diferencia: 6 lápices.

Los problemas de comparación introducen el concepto de resta como una operación que mide la diferencia entre dos cantidades. También pueden incluir situaciones con cantidades negativas, dependiendo del nivel del estudiante.

-Igualación (equilibrio de dos cantidades con compensación). Estas situaciones se centran en mantener un balance o equivalencia entre dos lados de una relación. Por ejemplo:

Pedro tiene 3 canicas y quiere tener las mismas que Juan, que tiene 7. ¿Cuántas necesita?

Forma: cantidad inicial + compensación = cantidad a igualar

Es una situación más compleja que exige un razonamiento inverso.

Ejemplo 2 “Si tengo 10 monedas en un lado de una balanza y quiero equilibrarla con 7 monedas en el otro lado, ¿cuántas más necesito añadir al segundo lado?”

Lado 1: 10 monedas.

Lado 2: 7 monedas + X.

Solución: $X = 3$ monedas.

Estas situaciones son útiles para introducir conceptos algebraicos básicos como la igualdad y el equilibrio.

En el contexto anterior, Vergnaud (1990) señala que los estudiantes progresan a través de estas categorías conforme desarrollan esquemas más complejos. Cada categoría introduce diferentes niveles de abstracción y esquemas operatorios, lo que implica que los problemas deben plantearse de manera gradual para promover un aprendizaje significativo. En la tabla 7 se abordan algunos ejemplos de esta clasificación.

La enseñanza de las estructuras aditivas en una lección o unidad didáctica requiere un enfoque que integre los principios de progresión conceptual, diversidad de situaciones y activación de esquemas. Desde la perspectiva de Vergnaud (1990), las estructuras aditivas no solo deben considerarse como operaciones matemáticas, sino también como un conjunto de relaciones que modelan diversas situaciones problemáticas. Por ello, el diseño de la enseñanza debe atender a los siguientes aspectos:

Tabla 1. Clasificación de los problemas aritméticos según Vergnaud

Relación	Descripción	Ejemplo	Comentario
Relaciones de Transformación	Implican un cambio en una cantidad inicial debido a una transformación positiva o negativa.	"Luis tenía 8 manzanas y compró 5 más. ¿Cuántas tiene ahora?"	Introduce la suma para modelar incrementos y la resta para modelar decrementos.
Relaciones de Comparación	Involucran la comparación entre dos cantidades para identificar diferencias o determinar cuál es mayor o menor.	"Ana tiene 15 lápices y Pedro tiene 9. ¿Cuántos más tiene Ana que Pedro?"	Introduce la resta como operación para medir diferencias.
Relaciones de Composición de Cantidades	Se relacionan con la combinación de partes para formar un todo o la descomposición del todo en partes constituyentes.	"En un parque hay 12 niños. Si 7 están en los columpios, ¿cuántos están en el tobogán?"	Refuerza la noción de suma como combinación y resta como herramienta para encontrar partes faltantes.
Relaciones de Equilibrio	Se enfocan en mantener un balance o equivalencia entre dos lados de una relación.	"Si tengo 10 monedas en un lado de una balanza y 7 en el otro, ¿cuántas necesito añadir al segundo lado?"	Introduce conceptos algebraicos básicos como la igualdad y el equilibrio.

Nota. Descripción de problemas aritméticos según la clasificación propuesta por Vergnaud.

En primer lugar, una lección debe incorporar problemas que abarquen las categorías de relaciones aditivas (transformación, estado inicial y final, comparación, composición y equilibrio), que permita una progresión de los aprendizajes que conlleven a los estudiantes enfrentar desafíos acordes a su nivel de desarrollo. Por ejemplo, es aconsejable iniciar con problemas simples de transformación para luego avanzar a problemas de equilibrio que introduzcan nociones algebraicas de manera gradual.

Además, los problemas deben situarse en contextos significativos para los estudiantes, ya que esto facilita la conexión entre los conceptos matemáticos y sus aplicaciones prácticas. Esta estrategia no solo permite la comprensión conceptual, sino que también mejora la motivación y el interés de los estudiantes, aspectos esenciales para garantizar un aprendizaje efectivo.

Otro aspecto fundamental es la incorporación de representaciones diversas, como manipulativos concretos, diagramas o líneas numéricas, y ecuaciones simbólicas. Estas representaciones permiten a los estudiantes explorar las relaciones aditivas desde diferentes perspectivas y desarrollar esquemas transferibles, lo que enriquece su comprensión y aplicabilidad.

Por otro lado, las actividades deben diseñarse de manera que promuevan la resolución autónoma de problemas, invitando a los estudiantes a reflexionar sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos. De este

modo, se fomenta el desarrollo de esquemas más robustos y la conceptualización de invariantes operatorios, pilares esenciales en el aprendizaje de las estructuras aditivas.

Asimismo, la evaluación desempeña un papel crucial. No debe centrarse únicamente en la corrección de las respuestas, sino también en el análisis de los esquemas y estrategias que los estudiantes emplean para resolver los problemas. Esto permite identificar fortalezas y áreas que requieren refuerzo, orientando así el diseño de intervenciones pedagógicas más efectivas.

Por último, es esencial atender a la diversidad en los niveles de comprensión de los estudiantes. Para ello, se deben ofrecer actividades diferenciadas y adaptaciones que permitan a todos los alumnos progresar en el dominio de las estructuras aditivas, respetando sus ritmos y estilos de aprendizaje.

Desde una perspectiva integral, una lección o unidad didáctica sobre estructuras aditivas debe concebirse como una oportunidad para que los estudiantes no solo aprendan a operar, sino también a comprender las relaciones numéricas y los esquemas que las sustentan. En este sentido, la inclusión de problemas contextualizados, una secuenciación adecuada y el uso de estrategias que fomenten el pensamiento crítico y reflexivo se presentan como pilares fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático.

Materiales y métodos

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con un diseño de estudio de caso instrumental (Stake, 2010), centrado en el análisis documental de dos centros de aprendizaje (Centro 4 y Centro 5) del cuadernillo del estudiante del libro *PREST Matemáticas Grado 3°*. El estudio de caso instrumental se empleó con el propósito de comprender en profundidad cómo se configura la enseñanza de las estructuras aditivas a partir del análisis de estos recursos didácticos, considerados representativos de las prácticas promovidas en el contexto de la educación básica primaria colombiana.

Para el análisis de los centros se adoptó como marco teórico-metodológico el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), propuesto por Godino et al. (2007). Este enfoque permite valorar la idoneidad didáctica de una propuesta educativa a través de seis componentes interrelacionados: epistémico, cognitivo, afectivo, mediacional, interaccional y ecológico. La aplicación del EOS como instrumento de análisis se ha utilizado y validado en múltiples investigaciones de carácter cualitativo en educación

matemática, razón por la cual se recurrió a una matriz analítica adaptada a cada componente de idoneidad.

El corpus documental estuvo conformado por las actividades propuestas en los Centros 4 y 5 del libro mencionado, los cuales fueron seleccionados por su relación directa con el objeto matemático “estructura aditiva”.

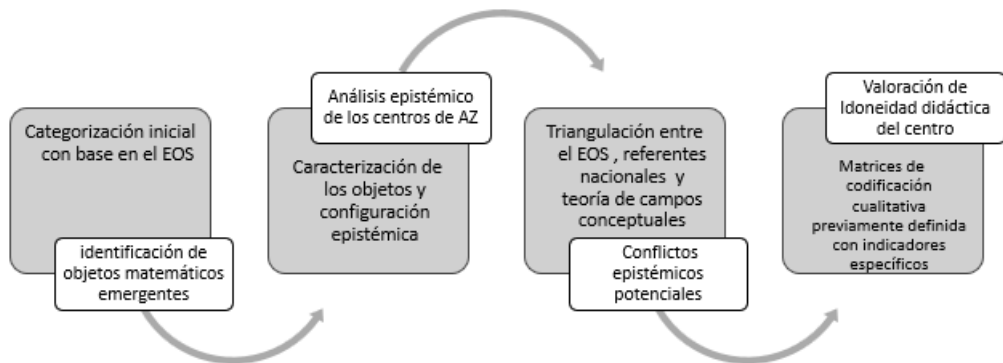


Figura 3. Proceso metodológico de análisis didáctico de los centros de aprendizaje

Para garantizar la trazabilidad y validez del análisis, se utilizaron matrices de codificación cualitativa donde se registraron los objetos matemáticos explícitos e implícitos, los tipos de tareas, las representaciones semióticas empleadas, la presencia de estructuras aditivas según la clasificación de Vergnaud (2009), y el uso propuesto de material manipulativo.

Las matrices de codificación cualitativa se aplicaron para organizar las evidencias de los centros 4 y 5 según las dimensiones de idoneidad didáctica del Enfoque Ontosemiótico. A cada descriptor se le asignó una valoración en escala de 1 a 5, lo que permitió interpretar el nivel de idoneidad didáctica:

Tabla 2. Escala de Valoración de la matriz de análisis de Idoneidad didáctica

Promedio final	Nivel global de idoneidad	Descripción general
4.5 – 5.0	Alto	Se cumplen ampliamente todos los descriptores del componente señalados en la matriz. Las tareas, recursos e interacciones son coherentes, ricas, estructuradas y generan oportunidades de aprendizaje.
3.5 – 4.4	Medio alto	Se cumplen la mayoría de los descriptores señalados en la matriz, con alta coherencia didáctica. Existen algunos aspectos a fortalecer o ajustar, pero no afectan la efectividad global de la propuesta.

Promedio final	Nivel global de idoneidad	Descripción general
2.5 – 3.4	Medio	Se cumplen parcialmente los descriptores señalados en la matriz. Hay presencia de buenas intenciones didácticas, pero también lagunas o limitaciones que reducen el impacto o el potencial de aprendizaje.
1.5 – 2.4	Medio bajo	Se cumple solo una parte mínima de los descriptores propuestos en la matriz. Las tareas o recursos pueden ser poco coherentes, repetitivos o limitados en su alcance formativo. Se requieren mejoras consideraciones en la propuesta.
1.0 – 1.4	Bajo	No se evidencian los descriptores del componente según lo planteado en la matriz. La propuesta carece de sentido didáctico, coherencia interna o adecuación al aprendizaje matemático esperado.

Resultados y Discusión

Identificación de objetos y procesos matemáticos presentes en los centros de aprendizaje relacionados con la estructura aditiva

El análisis evidenció que los Centros 4 y 5 priorizan la enseñanza de la adición y sustracción mediante tareas que movilizan objetos primarios como números naturales, valor posicional, y relaciones parte-todo. Se observó una fuerte presencia de estructuras de combinación y cambio con transformación directa, mientras que las situaciones de igualación y comparación fueron escasamente trabajadas. Esta limitada diversidad estructural afecta la riqueza semántica del campo conceptual aditivo (Vergnaud, 2009), lo cual ha sido subrayado por Heinze et al. (2022) como un obstáculo para el desarrollo de esquemas más complejos y flexibles. Además, los procesos matemáticos promovidos se centraron en la representación y la ejecución, con menor énfasis en la validación o argumentación, lo que limita el desarrollo de habilidades superiores como el razonamiento o la justificación.

A continuación, se presenta la caracterización de algunas situaciones, elaborada a partir del análisis realizado con base en la matriz de codificación cualitativa.

Tabla 3. Análisis y caracterización de algunas situaciones propuestas en los centros 4 y 5

Situación	Tipo de relación aditiva	Articulación con la matriz de análisis
<i>A Julia le gustaría visitar a su prima quien vive en otra ciudad. Como el viaje será muy largo, decide hacerlo en dos partes. En la primera parte del viaje, debe recorrer 438 km. En la segunda parte del viaje, debe recorrer 395 km. ¿Cuántos kilómetros debe recorrer desde su casa para ir a la casa de su prima? (centro 4)</i>	Combinación	La situación de Julia corresponde a un problema de combinación en el que se suman dos distancias para obtener un total. Desde la dimensión epistémica, permite trabajar la estructura aditiva de manera coherente, mostrando la suma como acción de juntar partes, aunque se limita a un tipo de problema rutinario. En la dimensión cognitiva, favorece el desarrollo del cálculo con números grandes y la puesta en práctica de estrategias de descomposición o del algoritmo estándar, por lo cual se valora como de nivel medio. En cuanto a la dimensión afectiva, el contexto del viaje aporta significado y motivación al aprendizaje, generando un nivel medio-alto de interés. A nivel interaccional, la tarea puede resolverse de forma individual o en colectivo, permitiendo la comparación de diferentes estrategias de cálculo. Desde la perspectiva mediacional, el uso de material base 10, rectas numéricas o diagramas de trayectos enriquece la comprensión del valor posicional y la operatoria. Finalmente, en la dimensión ecológica, la situación se ajusta a los referentes curriculares nacionales, ya que responde a los DBA y Estándares que promueven problemas de composición de cantidades.
De acuerdo con su altitud sobre el nivel del mar, Bogotá (Colombia) es la tercera capital más alta en el mundo. Se encuentra a 2640 metros sobre el nivel del mar. Quito (Ecuador), se encuentra a 2850 mts sobre el nivel del mar. ¿En cuántos metros sobrepasa la altitud de Quito a la de Bogotá? (centro 5)	Comparación	Corresponde a un problema de comparación dentro de las estructuras aditivas, ya que busca establecer la diferencia entre dos cantidades. Desde la idoneidad epistémica , promueve la comprensión de la resta como operador de comparación, un significado poco frecuente en los textos escolares. En la idoneidad cognitiva , implica interpretar el verbo "sobrepasa" y decidir la operación adecuada, lo que demanda razonamiento más allá del cálculo directo. En la idoneidad afectiva , la referencia a capitales latinoamericanas acerca las matemáticas a contextos geográficos reales, favoreciendo la motivación. En la idoneidad interaccional , la situación abre espacio al debate sobre distintas formas de resolverla (resta directa, estimación o representaciones gráficas). Desde la idoneidad mediacional , puede enriquecerse mediante diagramas de barras o rectas numéricas para representar la diferencia. Finalmente, en la idoneidad ecológica , guarda coherencia con los Estándares y los DBA, que orientan la resolución de problemas de suma y resta en contextos de medida y comparación.
En 1803 se efectuó la construcción del observatorio astronómico nacional de Colombia. ¿Desde hace cuántos años podemos observar las estrellas en el observatorio? (centro 5)	Transformación	El problema del Observatorio Astronómico se clasifica como una situación aditiva de transformación que moviliza la resta para calcular la diferencia entre dos fechas. Desde la idoneidad epistémica, representa con coherencia el significado institucional de la resta; en lo cognitivo, plantea una dificultad baja-media al exigir reconocer datos relevantes y comprender la noción de tiempo transcurrido. Su resolución puede apoyarse en recursos como rectas numéricas o líneas de tiempo, fortaleciendo la idoneidad mediacional, mientras que en lo interaccional fomenta la argumentación y la validación colectiva. El contexto histórico-cultural refuerza la dimensión afectiva al despertar interés y mostrar la utilidad social de las matemáticas. Finalmente, se articula con los lineamientos curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, evidenciando su pertinencia ecológica y su contribución al desarrollo del pensamiento numérico y métrico.

Configuración epistémica que presentan los centros de aprendizaje sobre estructura aditiva

En términos de configuración epistémica, los centros mostraron una débil explicitación de los conceptos clave y escasa articulación entre los diferentes registros semióticos. Aunque se incluyeron representaciones pictóricas, simbólicas y materiales manipulativos, estas no se integraron de manera que favorecieran la comprensión conceptual. Moreno-Armella (2018) advierte que, sin una mediación intencionada, la presencia de múltiples representaciones no garantiza comprensión, y puede incluso generar confusión. Este hallazgo coincide con la valoración realizada en el presente estudio, donde las tareas carecieron de una trayectoria didáctica que hiciera visibles los significados institucionales del conocimiento matemático, limitando así la idoneidad epistémica de la propuesta.

En el caso del Centro 4, centrado en la suma, se observó un predominio de problemas de combinación y transformación directa, con escasa presencia de estructuras de comparación o igualdad.

De manera similar, el Centro 5, orientado a la resta, enfatizó situaciones de transformación directa con descomposición numérica, sin explorar con suficiente profundidad el razonamiento inverso ni variantes semánticas más complejas. Esta configuración restringida limita la potencialidad de los centros para promover una comprensión del campo conceptual aditivo, tal como lo exige el desarrollo del pensamiento numérico en los primeros grados (Fuson et al., 2015; Heinze et al., 2022).

Nivel de idoneidad didáctica de los centros de aprendizaje

Los resultados del análisis evidenciaron que el grado de idoneidad didáctica de los Centros de Aprendizaje 4 y 5 del libro *Prest Matemáticas* para grado tercero se ubicó en niveles **medio y medio bajo**, respectivamente, en la mayoría de las dimensiones evaluadas por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Esto permitió identificar fortalezas puntuales, pero también limitaciones importantes en el diseño y la implementación didáctica de los centros analizados. Este aspecto se evidencia en la Figura 1, donde se representa el nivel de idoneidad didáctica por dimensiones según el enfoque ontosemiótico, destacando que las dimensiones epistémica, interaccional y ecológica obtuvieron puntuaciones medias o bajas (en una escala valorativa de 1 a 5).

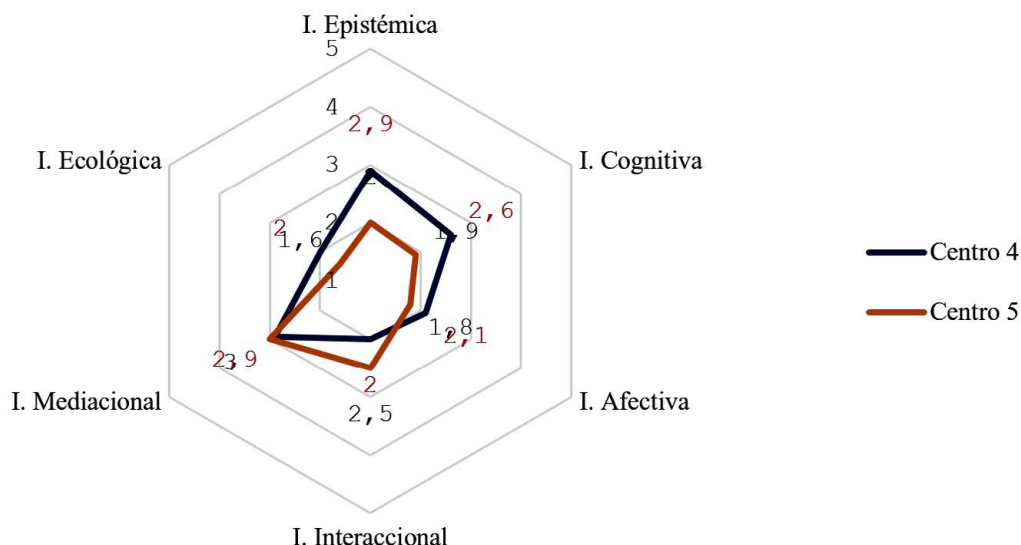


Figura 4. Nivel de Idoneidad didáctica de los Centros de Aprendizajes

Nota. Esta figura corresponde a la valoración consolidada de los niveles de idoneidad presentes en los centros de aprendizajes. Fuente: Programa Excel.

A nivel epistémico, los centros no explicitan de forma sistemática los conceptos fundamentales involucrados —como el valor posicional, la equivalencia decimal o la operación como transformación— lo cual debilita la construcción de significados matemáticos. En este aspecto, coinciden con estudios recientes que advierten sobre la superficialidad con que los libros de texto tienden a presentar los conceptos matemáticos, privilegiando tareas cerradas sobre procesos de exploración, argumentación o generalización (Rezat & Strässer, 2020; Planas & Giménez, 2023).

Desde la dimensión cognitiva, se valoró positivamente la inclusión de ejercicios abiertos y situaciones que promueven el uso de estrategias propias. Sin embargo, estas oportunidades no siempre están acompañadas por mediaciones didácticas explícitas que orienten al estudiante hacia una reflexión metacognitiva, lo que reduce el impacto formativo de dichas tareas. Investigaciones como la de Ball y Bass (2019) han subrayado la necesidad de tareas que no solo requieran ejecutar procedimientos, sino que fomenten la comprensión estructural de las operaciones.

En cuanto a la dimensión mediacional, si bien el uso del material base 10 representa una fortaleza, se evidenció una ausencia de orientaciones precisas sobre cómo debe emplearse dicho recurso para favorecer la construcción

conceptual. Este hallazgo coincide con lo reportado por Moreno-Armella (2018), quien advierte que los materiales concretos, sin una mediación discursiva y representacional adecuada, pueden reducirse a un soporte técnico sin impacto formativo relevante.

La escasa presencia de conflictos matemáticos, interacciones reflexivas o actividades de validación entre pares afecta la dimensión interaccional, lo que se traduce en una práctica más centrada en la ejecución individual que en la construcción colectiva del conocimiento, a pesar de que los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y enfoques contemporáneos en didáctica de la matemática promueven el aula como comunidad de aprendizaje (Planas & Civil, 2021). En esta línea, la falta de actividades que fomenten la argumentación, la formulación de conjeturas o la validación de soluciones limita el desarrollo del razonamiento matemático y la participación crítica de los estudiantes.

Desde la idoneidad ecológica, se identificó una débil conexión entre las situaciones planteadas y los contextos significativos del entorno cultural o social del estudiante, lo cual restringe el sentido de pertinencia de los aprendizajes. Esta desconexión ha sido ampliamente señalada por la literatura como una barrera para lograr aprendizajes significativos y equitativos en la educación matemática (Gutiérrez, 2018; Planas & Civil, 2021).

Finalmente, los resultados de este análisis evidencian que, si bien los centros de aprendizaje analizados presentan algunos avances en términos de diversidad de formatos de tarea y uso de material concreto, su diseño requiere ser fortalecido para alcanzar mayores niveles de idoneidad didáctica. Es indispensable avanzar hacia propuestas que diversifiquen las estructuras aditivas, estas no pueden reducirse a tareas repetitivas o meramente procedimentales; es necesario promover propuestas que articulen sentidos matemáticos, relaciones culturales y experiencias afectivas, promuevan la reflexión y la argumentación en coherencia con los principios de una educación matemática crítica y situada

Conclusiones

El análisis de los Centros de Aprendizaje 4 y 5 del cuadernillo *PREST Matemáticas Grado 3°* permitió evidenciar que, si bien estos materiales incorporan elementos con potencial didáctico —como el uso del material base 10, tareas con cierta contextualización y propuestas abiertas— su diseño presenta limitaciones importantes desde el punto de vista de la idoneidad didáctica. Predominan estructuras aditivas simples (combinación y cambio directo), con escasa presencia de situaciones de comparación e igualación, lo cual restringe el desarrollo del pensamiento aditivo en su complejidad semántica.

Además, el análisis de la configuración epistémica mostró una débil explicitación de los conceptos matemáticos y una escasa articulación entre los distintos registros semióticos presentes en las tareas, una falta de progresión en el nivel de complejidad de las tareas, lo que limita la comprensión profunda de los objetos matemáticos involucrados. Aunque se incluye el uso de material base 10 y tablas de valor posicional, estos recursos no se integran en una trayectoria didáctica coherente que potencie la comprensión conceptual. Las tareas, en su mayoría, privilegian el procedimiento sobre la reflexión, lo cual limita el desarrollo de significados institucionales necesarios para una enseñanza orientada al sentido y la argumentación.

De este modo, el grado de idoneidad didáctica de los centros analizados es predominantemente medio-bajo. Las dimensiones cognitiva y mediacional presentan ciertos avances, pero se requiere fortalecer las dimensiones epistémica, interaccional, afectiva y ecológica para consolidar propuestas integrales. En este sentido, el estudio destaca la necesidad de revisar y rediseñar este tipo de propuestas didácticas para garantizar mayores niveles de idoneidad epistémica, cognitiva, interaccional y ecológica, tal como lo plantea el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática.

Finalmente, se recomienda fortalecer la configuración epistémica de los centros de aprendizaje, mediante la explicitación clara de los significados institucionales, el uso de ejemplos que evidencien propiedades matemáticas relevantes y la construcción guiada de relaciones fundamentales entre conceptos. Asimismo, se resalta la importancia de promover tareas que diversifiquen las estructuras aditivas, articulen las representaciones semióticas, fomenten la argumentación y generen conexiones con los contextos reales del estudiante.

Referencias

- Ball, D. L., & Bass, H. (2019). Knowledge for teaching mathematics: What we know and what we need to learn. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(5), 407–414.
<https://doi.org/10.1007/s10857-019-09463-1>
- Ball, D. L., & Bass, H. (2019). *Knowledge for teaching mathematics: What we know and what we need to learn*. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(5), 407–414.
<https://doi.org/10.1007/s10857-019-09463-1>
- Breda, A., Pino-Fant, L. y Fuentes, V. (2016). Conocimiento meta didáctico-matemático de los docentes: Criterios para la reflexión y evaluación sobre Práctica docente. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*. 13 (6): 1893-1918.
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>

- Burgos, M., Castillo, M. y Godino, J. (2023). Análisis didáctico en la formación de maestros basado en las herramientas del Enfoque ontosemiótico. El caso de lecciones de proporcionalidad. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 98 (37.2), 11-34
- Castillo, M. J., Burgos, M., & Godino, J. D. (2021). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educación e Pesquisa*, 48, e238787. <https://www.redalyc.org/journal/298/29870349020/html/>
- Cid, E., Godino, J. y Batanero, C. (2004). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Departamento de didáctica de la matemática. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Duval, R. (1996) Les representations graphiques: fonctionnement et conditions de leur apprentissage. Actes de la 46^{ème} Rencontre Internationale de la CIEAEM, tomo 1, 3–15. Toulouse, Université Paul Sabatier.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2018). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM—Mathematics Education*, 50, 633–646. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0919-3>
- Font, V., Plana, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y aprendizaje*, 33(2), 89-105. <https://doi.org/10.1174/021037010790317243>
- Fuson, K. C., Kalchman, M., & Bransford, J. D. (2015). Mathematical understanding: An introduction. In J. D. Bransford, A. L. Brown, & R. R. Cocking (Eds.), *How people learn: Brain, mind, experience, and school* (pp. 217–256). National Academies Press.
- Godino, D. J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestro. Proyecto Edumat-Maestros. Manual para el estudiante*. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Godino, J. D. (2013). Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(1), 19-46.
- Godino, J. D., & Font, V. (2021). Didactic suitability: Advancements, reflections and challenges. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(5), 1037–1056. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10099-z>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e matemática*, 3-37. <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *REVEMAT, Florianópolis*, 7 (2), 1-21.
- Godino, J. D., Roa, R., Ruiz, F. y Pareja, J. L. (2005). Mathematical and pedagogical content knowledge for prospective elementary school teachers: The “Edumat-Maestros” project. *Contribución arbitrada presentada en el XV ICMI Study Conference on “The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics”*. Brasil, 15-21 mayo 2005.
- González, M., & López, R. (2020). *Materiales didácticos y su impacto en el aprendizaje: Teorías y prácticas educativas*. Editorial Académica.
- Gutiérrez, R. (2018). Rehumanizing mathematics for Black, Indigenous, and Latinx students. *Harvard Educational Review*, 88(4), 520–540. <https://doi.org/10.17763/1943-5045-88.4.520>
- Hansen, V. (2018). El impacto del libro de texto en la enseñanza de las matemáticas: Un análisis crítico. *Journal of Mathematics Education*, 45(2), 123-140.
- Heinze, A., Grüßing, M., Reiss, K., & Lipowsky, F. (2022). *The relevance of arithmetic structures for mathematical competence in primary school: Findings from a longitudinal study*. *ZDM—Mathematics Education*, 54, 119–133. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01301-3>

- López, J. y Rico, L. (2019). Los libros de texto como herramientas didácticas en matemáticas. *Educación Matemática*, 31(1), 7-24.
- Martín, A., Pérez, M., y Sánchez, R. (2018). Análisis crítico de los libros de texto en matemáticas: Implicaciones para la práctica docente. *Revista de Educación Matemática*, 10(4), 56-75.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Moreira, M. (2002). Investigación en educación en ciencias: métodos cualitativos. *Actas del PI-DEC*, 4, 25-55.
- Moreno-Armella, L. (2018). Textbooks and semiotic spaces: Rethinking representations for learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 97(3), 369–387.
<https://doi.org/10.1007/s10649-017-9792-9>
- Planas, N., & Civil, M. (2021). Mathematics education and the question of social justice: A dialogue in the making. In U. Gellert et al. (Eds.), *Sociocultural Research on Mathematics Education* (pp. 3–20). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-34262-3_1
- Planas, N., & Civil, M. (2021). *Mathematics education and the question of social justice: A dialogue in the making*. In U. Gellert, C. H. Lim, & S. Törner (Eds.), *Sociocultural research on mathematics education* (pp. 3–20). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-34262-3_1
- Planas, N., & Giménez, J. (2023). El lenguaje como recurso para el aprendizaje de las matemáticas: reflexiones desde prácticas inclusivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 26(1), 53–80. <https://doi.org/10.12802/relime.23.2613>
- Planas, N., Giménez, J., & Muñoz-Catalán, M. C. (2022). Teaching mathematics for understanding: Theoretical frameworks and empirical insights. *Educational Studies in Mathematics*, 109, 1–20. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10078-1>
- Rey, C., y Penalva, M. C. (2002). Análisis del campo afectivo en los libros de texto de matemáticas. En M. C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Coords.), *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 499-512).
- Rezat, S., & Strässer, R. (2020). Research on mathematics textbooks: The evolution of the field. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (pp. 239–262). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_14
- Rezat, S., & Strässer, R. (2020). *Research on mathematics textbooks: The evolution of the field*. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 239–262). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_14
- Santaolalla, E. (2014). *Análisis de los elementos didácticos en los libros de texto de matemáticas. Aplicación a la etapa de educación primaria y valoración desde la perspectiva de los estilos de aprendizaje de los estudiantes*. [Tesis doctoral, Universidad Pontificia]. Biblioteca digital Universidad Pontificia Universidad Javeriana.
- Stake, R.E. (2010). *Investigación con Estudios de Casos*. (5 Ed.). Madrid, España: Morata
- Tarín, I. J. y Tárraga, R. M. (2021). Tratamiento de los problemas verbales en los libros de texto de matemáticas. *Inventio*, (21), 2448-9026. [10.30973/inventio/2021.17.42/5](https://doi.org/10.30973/inventio/2021.17.42/5)
- Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2019). According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks. Springer.
- Vasco, C. (1989). *Encuentro sobre la calidad del texto escolar en Colombia*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Centro Regional para el Fomento del libro en América Latina y el Caribe, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá.
- Vergnaud, G. (1983). *Structures additives et multiplication*. New York: Academic Press

Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*. Paris: PUF.

Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human Development*, 52(2), 83–94.
<https://doi.org/10.1159/000202727>

