

Asprilla M, O. H. y Ríos C, W. (2023). Mediación tecnológica en la resolución de problemas sobre operaciones aditivas con fracciones, 32 (2), 07-27. DOI: 10.30554/pe.2.4933.2023

Mediación tecnológica en la resolución de problemas sobre operaciones aditivas con fracciones

Omar Harry Asprilla Mena¹
Wilmer Ríos Cuesta²

Resumen

Se presenta una investigación de tipo cuantitativa (2022) con la que se buscó determinar el efecto de la mediación tecnológica en la resolución de operaciones aditivas de números fraccionarios con estudiantes de séptimo grado. Los participantes fueron 34 estudiantes (11 y 12 años), divididos en dos grupos: experimental y control, quienes dieron respuesta a un pre-test con veinte preguntas; posteriormente se caracterizaron los errores cometidos por los estudiantes y luego se diseñó y aplicó una propuesta didáctica soportada en el uso y mediación tecnológica del software GeoGebra, luego se aplicó un post-test con igual cantidad de preguntas para analizar la influencia generada luego de la intervención didáctica. Los resultados permitieron observar la efectividad de la estrategia utilizada en el grupo de estudiantes en tanto a su rendimiento académico en problemas sobre operaciones aditivas con fracciones.

Palabras clave: aprendizaje, Intervención didáctica, mediación tecnológica, números fraccionarios, operaciones aditivas.

¹Omar Harry Asprilla-Mena. Magíster en Educación, Universidad de Medellín, Colombia. Profesor Institución Educativa Femenina de Enseñanza Media y Profesional de Quibdó, Chocó. <https://orcid.org/0000-0003-0898-2304>; Correo electrónico: oasprilla307@soyudemedellin.edu.co

² Wilmer Ríos-Cuesta. Doctor en Educación, Universidad del Valle, Colombia. Profesor Catedrático Universidad de Antioquia, sede Andes, Antioquia. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8129-2137>; Correo electrónico: wilmer.riosc@udea.edu.co

Technological mediation in problem-solving involving additive operations with fractions

Abstract

A quantitative research study (2022) is presented in which the objective was to determine the effect of technological mediation on the resolution of additive operations with fractional numbers among seventh-grade students. The participants consisted of 34 students (aged 11 and 12 years), divided into two groups: experimental and control. They responded to a pre-test comprising twenty questions. Subsequently, the errors made by the students were characterized, followed by the design and implementation of an instructional proposal supported by the use and technological mediation of the GeoGebra software. A post-test, containing the same number of questions, was administered to analyze the influence generated after the instructional intervention. The results provided insights into the effectiveness of the strategy employed with the group of students in terms of their academic performance in problems related to additive operations with fractions.

Keywords: didactic intervention, technological mediation, fractional numbers, additive operations, learning.

Mediação tecnológica na resolução de problemas envolvendo operações aditivas com frações

Resumo

Apresenta-se um estudo de pesquisa quantitativa (2022) cujo objetivo foi determinar o efeito da mediação tecnológica na resolução de operações aditivas com números fracionários em estudantes do sétimo ano. Os participantes eram 34 alunos (com idades entre 11 e 12 anos), divididos em dois grupos: experimental e controle. Eles responderam a um pré-teste contendo vinte perguntas. Posteriormente, os erros cometidos pelos alunos foram caracterizados e, em seguida, foi elaborada e implementada uma proposta instrucional apoiada no uso e mediação tecnológica do software

GeoGebra. Um pós-teste, com o mesmo número de perguntas, foi aplicado para analisar a influência gerada após a intervenção instrucional. Os resultados proporcionaram insights sobre a eficácia da estratégia empregada com o grupo de estudantes em termos de seu desempenho acadêmico em problemas relacionados a operações aditivas com frações.

Palavras chave: Intervenção didática, mediação tecnológica, números fracionários, operações aditivas, aprendizagem.

Introducción

En matemática educativa, el aprendizaje de los números fraccionarios ha sido considerado como un conocimiento generador de muchas dificultades que el estudiante debe enfrentar con base en los conocimientos adquiridos a lo largo de su formación. Según Vergnaud (1994) el dominio de las fracciones requiere de una relación entre conceptos, representaciones y procedimientos, elementos que le permiten al estudiante la construcción de un campo conceptual de dominio progresivo de este objeto matemático el cual, dependiendo la situación adquiere un significado. Además, el aprendizaje de las fracciones se torna complejo para los estudiantes pues deben reconocerla en diferentes contextos los cuales han sido caracterizados por Kieren (1980) cómo: cociente, medida, razón, parte-todo y operador.

Algunos autores como Hincapié (2011), Llinares (2003) y Ríos-Cuesta (2021) entre otros, han llegado a la conclusión de que una de las dificultades que experimentan los estudiantes al realizar operaciones con fraccionarios se relaciona con la multiplicidad de significados lo cual genera conflictos en la apropiación del concepto. Obando (2003) afirma que el campo numérico de los fraccionarios está muy relacionado con otros conocimientos de las matemáticas como son el geométrico, aritmético y algebraico, al igual que con situaciones de la vida cotidiana, por lo cual resulta muy importante su dominio en el aspecto matemático como en otras disciplinas.

Las dificultades con el aprendizaje del concepto de fracción comienzan cuando el estudiante se enfrenta a situaciones donde sus conocimientos previos resultan insuficientes para resolver problemas con mayores demandas cognitivas (Perera y Valdemoros, 2009; Ríos-Cuesta y Asprilla-

Mena, 2022) y surge la necesidad de que los profesores apoyen de manera didáctica la evolución de la estructura cognitiva mediante la argumentación y la interacción (Ríos-Cuesta, 2022a).

Ausubel (1983) señala que las estructuras cognoscitivas del estudiante deben estar prestas para la adquisición y estructuración de nuevos conocimientos y alcanzar un aprendizaje significativo. Peña (2011) señala que «la operatoria con fracciones, en particular la aditiva, suele traer más inconvenientes de los deseados a los estudiantes, planteando un desafío al docente, quien debe gestionar el aprendizaje» (p. 7).

Algunas de las dificultades han sido abordadas mediante la resolución de problemas que relacionan distintos significados de las fracciones (Gallardo et al., 2008; Peña, 2011), coincidiendo en afirmar que las operaciones con fracciones son uno de los aprendizajes que mayor dificultad le genera a los estudiantes bien sea por su comprensión conceptual o aplicabilidad procedimental. Otros investigadores han implementado materiales físicos y objetos virtuales de aprendizaje reportando resultados favorables (e.g. Vargas-Murillo, 2017). En el caso particular del uso de tecnología en el aula, Santos-Trigo (2016) afirma que los sistemas educativos deben propiciar ambientes de aprendizajes en los cuales se prioricen los nuevos desarrollos tecnológicos que permitan que los estudiantes construyan conocimientos aplicables a las nuevas dinámicas educativas y sociales, esta afirmación ha sido validada con otros estudios empíricos (e.g. García et al., 2021; Gaona y Menares, 2021; Soboleva et al., 2020, 2021; Yao y Zhao, 2022). Con el desarrollo de nuevas tecnologías aplicadas a la educación y, en particular, de los Entornos de Geometría Dinámica (EGD) se abrieron nuevos espacios para avanzar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con esto, se generan ambientes de aprendizaje enriquecido que ayudan a superar las metodologías tradicionalistas que consideraron al estudiante como un sujeto pasivo de los procesos de enseñanza.

En un estudio reciente, Chisag et al. (2017) abordaron la importancia en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas del uso de recursos didácticos interactivos para potenciar el aprendizaje significativo de estudiantes ($n=570$) donde hacen un llamado a situar la mirada en la implementación de este tipo de estrategias que permiten el libre desarrollo del pensamiento, potencian la capacidad intelectual y la

construcción del conocimiento. Además, Adell (2018) pone de relieve la necesidad de considerar los efectos de la tecnología en la educación.

Por otro lado, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN] afirma que la formulación, el tratamiento y la resolución de problemas se convierten en un “eje organizador del currículo de matemáticas” (MEN, 2006, p. 52) que permite que los problemas que se proponen cobren sentido siempre y cuando estos se relacionen con el contexto y las experiencias cotidianas de los estudiantes. Además, se crea una disposición mental hacia el trabajo en matemáticas donde prevalece el uso de diversas estrategias, verificar e interpretar sus resultados y la razonabilidad de ellos.

Teniendo en cuenta que la construcción conceptual de este objeto matemático reviste un abordaje desde diversos significados, además, es necesario que los estudiantes resuelvan problemas en contextos cercanos e hipotéticos que les permitan avanzar en la comprensión de sus diversos significados, y reconociendo los resultados favorables en las intervenciones que se apoyan en tecnologías digitales, el objetivo de este estudio se sitúa determinar la incidencia que tiene el uso del software GeoGebra en la resolución de problemas sobre operaciones aditivas con números fraccionarios en un grupo de estudiantes de séptimo grado de una institución educativa pública en la región del pacífico colombiano y, en consecuencia, responder la pregunta ¿qué avance experimentan estudiantes de séptimo grado en su aprendizaje de operaciones aditivas con fraccionarios al incorporar el software GeoGebra?

Perspectiva teórica

El sustento teórico de este estudio está conformado por los conceptos de mediación, aprendizaje con tecnologías digitales, resolución de problemas, concepciones de la fracción y operaciones aditivas los cuales ayudan a comprender y explicar los resultados.

Mediación

La mediación es un aspecto importante en la actividad del profesor. Decidir cómo responder sobre la base de los razonamientos de los

estudiantes es un asunto que requiere mucha atención. Para ello, nos alineamos con la postura de Vygotsky (1979) quien usa el concepto de Zona de Desarrollo Próximo para señalar la distancia entre lo que el estudiante es capaz de realizar solo y con la ayuda de un experto. Así, el profesor debe generar desequilibrios en la estructura cognitiva de los estudiantes y ayudar a superarlos (Ríos-Cuesta y Delgado-García, 2022). Esta ayuda no consiste en proporcionar respuestas que resuelvan los problemas que se le han planteado al estudiante, ni darle un algoritmo que resuelva la tarea, sino, en realizar preguntas que le lleven a poner a prueba sus conocimientos previos con el objetivo de que evolucionen a nuevas estructuras cognitivas que le permitan resolver nuevos problemas.

Mediación tecnológica

La forma como las personas aprendemos tiene un asidero en los recursos que se utilizan para ello. La experiencia de aprendizaje se enriquece en la medida en que se articulen diversos elementos que medien la actividad cognitiva y ayuden a la superación de los errores. Con la creación de escenarios virtuales de aprendizaje, la educación presencial comparte espacios con actividades virtuales e híbridas donde la integración de recursos permite realizar ajustes de acuerdo con los intereses y preferencias (Coll et al., 2023). Así pues, la mediación tecnológica permite que el aprendizaje esté centrado en el alumno y en su demanda cognitiva. Coll (2013) resalta que se debe ayudar a los estudiantes a construir significados que les permitan seguir aprendiendo. En este estudio, se usa GeoGebra para la mediación tecnológica, en particular los Applets pues permiten que, con algunas instrucciones sencillas tales como mover un deslizador u observar algo que ya ha sido organizado por el profesor, el estudiante pueda adquirir elementos de juicio que sirvan de soporte para sus argumentos.

Aprendizaje con tecnologías digitales

El uso de las nuevas tecnologías en el campo de la enseñanza y aprendizaje ha sido un factor muy importante por ser un dinamizador de este proceso, brindando al profesor una manera diferente de abordar la enseñanza de los objetos matemáticos. Estas tecnologías han generado

una disrupción en el proceso de enseñanza al suponer cambios en los métodos y estrategias para promover el aprendizaje (Area y Adell, 2021). Sobre este asunto, Sigalés (2004) expresa que «las TIC desempeñan, un papel de apoyo a la docencia, introduciendo una mayor flexibilidad en cuanto a tiempos, espacios y ritmos de trabajo, así como una mayor interacción entre profesores y estudiantes» (p. 2). Asimismo, Céspedes y González (2012) afirman que: «bajo determinadas condiciones, la incorporación de las TIC a los procesos de enseñanza y aprendizaje puede llegar a transformar en profundidad el espacio pedagógico y, en consecuencia, las relaciones entre estudiantes, contenido y profesor» (p. 49). En igual sentido, otros manifiestan que las TIC se deben utilizar en el aula desde una perspectiva pedagógica, como una vía innovadora que, integrando la tecnología en el currículo, posibilite mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La utilización de las nuevas tecnologías como el software GeoGebra en el área de las matemáticas permite el uso de una herramienta tecnológica que ha cobrado gran importancia en este campo del saber, por su amplia gama de contenidos educativos a los cuales se puede acceder con ella, su fácil manejo y el dinamismo con el que se puede trabajar en este, garantizando con ello una mejor participación y apropiación del conocimiento de quien aprende y una innovación metodológica de quien enseña. Peñaloza (2020) señala que «GeoGebra ayuda al mejoramiento del rendimiento escolar en el área de matemática permitiendo, hacer relaciones desde la geometría al álgebra, relación que es importante mencionar, desde un punto de vista ontosemiótico» (p. 47). Además, se reconoce que las tecnologías digitales permiten generar un micromundo donde cobra mucha relevancia la visualización y el dinamismo de las construcciones que se realizan en ellas (Leung, 2008).

Resolución de problemas

Una actividad central en la actividad matemática es la resolución de problemas. Siendo el problema que se plantea a los estudiantes el medio por el cual se involucran en la actividad matemática y la forma como desarrollan pensamiento matemático (Santos-Trigo y Camacho-Machín, 2018). De este modo, se debe superar la ejecución de ejercicios rutinarios en clase que no apoyan la formación de razonamientos matemáticos que

promuevan el desarrollo de conocimiento matemático. Así, es importante vincular a la actividad de aula el plantear y resolver problemas de acuerdo con el nivel actual de conocimiento matemático de los estudiantes donde profesor debe tener un conocimiento sobre lo que enseña y sobre los alcances de sus estudiantes ya que con esto puede determinar el nivel de exigencia en los problemas (Ríos-Cuesta, 2022b). Además, es necesario que los profesores experimenten las potencialidades y desafíos que implica el resolver problemas (Leung, 2017).

Una heurística importante para la resolución de problemas fue propuesta por Pólya (1990) y consiste en cuatro pasos que, desarrollados de manera sistemática, permiten que el resolutor gane experticia en dicho proceso. Pólya propone: 1) comprender el problema, 2) concebir un plan, 3) ejecutar el plan y 4) examinar la solución. La intención con esto era de que los estudiantes del grupo experimental trataran de seguir estos pasos al momento de resolver los problemas.

Operaciones aditivas

El acto de contar, juntar o reunir está muy ligado al quehacer diario de una persona, por lo que la operación de adición es una de las más utilizadas, siendo de mucha utilidad en el aprendizaje de las matemáticas y, en gran medida, en la vida diaria al momento de resolver situaciones cotidianas. En tal sentido, Obando (2018) considera la adición como la operación existente en muchos contextos, por ejemplo, cuando realizamos actividades de compra y venta de artículos. Por otro lado, la resta o sustracción es la manera de reducir, disminuir o extraer una parte de una cantidad dada. Maza (2000) expresa que la resta es una operación que conlleva a pensar en un cambio, en desagregar, quitar a una colección de objetos, algunos objetos, lo que genera una disminución de estos en la colección resultante. En el caso de las fracciones, sumar o restar dentro de este conjunto numérico corresponde remitirse al modelo $a/b \pm c/d$; con b y d diferentes de 0, algoritmo que tiene su grado de complejidad para muchos estudiantes al momento de aplicarlo, partiendo de si son fracciones homogéneas o fracciones heterogéneas.

En el caso de que las fracciones tengan el mismo denominador se denominan homogéneas, el procedimiento seguido para resolver una situación aditiva es el de conservar el denominador y operar (sumar o

restar) los numeradores, obteniendo de esta manera una nueva fracción producto de la operación realizada, ejemplo: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$.

En el caso de que las fracciones tengan denominadores diferentes se denominan heterogéneas. Su tratamiento al realizar operaciones aditivas es distinto al anterior y eso genera. Se cuenta con tres estrategias para realizar una operación aditiva entre ellas: 1) calculando el MCM de los denominadores, 2) amplificando las fracciones para convertirlas en fracciones homogéneas o, 3) multiplicando los numeradores por los denominadores y los denominadores entre sí.

Método

La presente investigación es de tipo explicativa, se desarrolló mediante un diseño cuasiexperimental soportado en un pretest y posttest con dos grupos de estudio (grupo control y grupo experimental), con los cuales se pretendió determinar la incidencia que tuvo el uso del software GeoGebra en la resolución de operaciones aditivas con números fraccionarios en un grupo de estudiantes de séptimo grado.

Participantes

En este estudio participaron 34 estudiantes que cursaban el grado séptimo en una institución educativa pública de la ciudad de Quibdó (Colombia) cuyas edades oscilan entre los 11 y 12 años.

Selección de los grupos de estudio

Los participantes del estudio se organizaron en dos grupos (control y experimental) y para distribuirlos se seleccionaron aleatoriamente usando el juego cara o cruz que se encuentra en la dirección <https://echaloasuerte.com/coin>, de esta manera se organizaron 17 integrantes para el grupo experimental y 17 para el grupo control para un tamaño total de 34 estudiantes como se indicó anteriormente.

Instrumento de recolección de datos

Para la recolección de la información se utilizó un cuestionario tipo pretest integrado por veinte interrogantes relacionados con la resolución de operaciones aditivas con fraccionarios. Este cuestionario fue estructurado con interrogantes de selección múltiple con única respuesta el cual fue resuelto por los estudiantes durante una hora y cincuenta minutos, igualmente, los estudiantes debían suministrar la evidencia del procedimiento seguido para darle solución a cada una de las preguntas del cuestionario. Los datos fueron recogidos en el periodo 2020-2021 lo que coincidió con la emergencia sanitaria generada por la COVID-19, por esta razón, el cuestionario fue desarrollado en Google Forms.

La validación de las preguntas del instrumento se hizo mediante juicio de expertos donde participaron tres profesionales, dos de ellos con título de Doctor en Educación y otro con título de Magíster en Didáctica de las Matemáticas, en dicha valoración se obtuvo un valor de 0.820 en el alfa de Cronbach lo que le da una buena consistencia interna y fiabilidad al cuestionario.

Posteriormente, se hizo caracterización de los errores cometidos por los dos grupos de estudiantes al momento de darle solución a las preguntas formuladas en el pretest (ver Ríos-Cuesta y Asprilla-Mena, 2022), lo cual permitió estructurar una unidad didáctica mediada por el software GeoGebra con la finalidad de reducir las dificultades evidenciadas en los estudiantes, esta intervención tuvo una duración de cuatro semanas con una intensidad horaria de cuatro horas semanales. Durante este tiempo los estudiantes pertenecientes al grupo experimental resolvieron diversas tareas sobre operaciones aditivas usando GeoGebra Applets para promover la interiorización de algunos de los significados de las fracciones. Los estudiantes del grupo control recibieron clases usando una metodología que no incluía el uso de este software sino más bien, actividades usuales en los libros de texto. Finalmente, se aplicó una prueba postest conformada por veinte interrogantes con características similares a las del pretest.

Tareas propuestas a los estudiantes

Dada la naturaleza de la investigación, las tareas presentadas a los estudiantes corresponden a dos contextos: matemático (M) e hipotético (H). En el primer contexto (Figura 1), se presenta de manera explícita la operación que se debe realizar, por ejemplo, una suma o resta de fracciones. En el segundo contexto (Figura 2), aparece un problema verbal donde el estudiante debe establecer la o las operaciones que debe realizar de acuerdo con la lectura que hace de los datos. En la tabla 1 se relacionan los contextos de las tareas del cuestionario.

Tabla 1. Contextos de las preguntas.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Contexto	M	M	M	H	M	M	M	M	M	H	H	H	H	M	M	M

Fuente: Elaboración propia

A modo de ejemplo, se presentan algunas de las tareas propuestas a los estudiantes en los dos contextos propuestos (Figura 1 y 2):

Figura 2. Pregunta contexto hipotético.

4) Un padre reparte entre sus 4 hijos la suma de \$6.300.000, de tal manera que a su hijo Juan le ^{*} entrega $\frac{1}{3}$ del valor total, a Martín, $\frac{1}{8}$ del valor total, a Camila $\frac{1}{4}$ del valor total, el resto para Andrea. ¿Qué fracción total del dinero les correspondió a Juan, Martín y Camila? ¿Qué fracción del dinero le correspondió a Andrea?



- ☐ A) Para Juan, Martín y Camila les correspondieron $\frac{17}{24}$ del dinero y para Andrea $\frac{7}{24}$
- ☐ B) Para Juan, Martín y Camila les correspondieron $\frac{15}{18}$ del dinero y para Andrea $\frac{3}{18}$
- ☐ C) Para Juan, Martín y Camila les correspondieron $\frac{15}{24}$ del dinero y para Andrea $\frac{9}{24}$
- ☐ D) Para Juan, Martín y Camila les correspondieron $\frac{10}{15}$ del dinero y para Andrea $\frac{5}{15}$

Fuente: Elaboración propia

Figura 2. Pregunta contexto matemático.

10) Cuando se resuelve la operación: Cinco cuartos, más dos cuartos y dos tercios, se obtiene *
como resultado:

- ☐ A) $17/8$
- ☐ B) $22/15$
- ☐ C) $29/12$
- ☐ D) $9/11$

Fuente: Elaboración propia

Resultados

Del análisis del pretest y posttest se obtuvo un promedio de respuestas correctas del grupo control de 8.00 en el pretest y 9.88 de 20 en el posttest, mientras que para el grupo experimental fue de 6.88 para el pretest y 18.47 de 20 posibles para el posttest (tabla 2 y 3).

Tabla 2. Resultados del pretest.

	Grupo	N	Media	Desviación típ.
Pretest	Control	17	8.00	3.921
	Experimental	17	6.88	4,688

Fuente: Elaboración propia

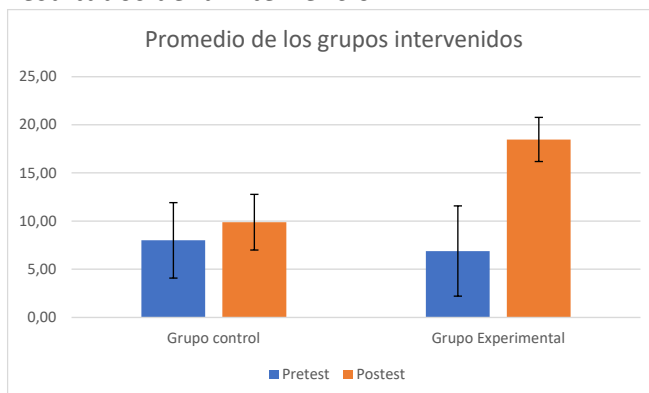
Tabla 3. Resultados del posttest.

	Grupo	N	Media	Desviación típ.
Posttest	Control	17	9.88	2.891
	Experimental	17	18.47	2.294

Fuente: Elaboración propia

Estos resultados muestran un avance importante en la resolución de problemas por parte de los estudiantes (Figura 3), además, se redujo la desviación en ambos grupos siendo menor en el grupo experimental. De allí se infiere que, si bien ambos grupos mejoraron, tuvo en mayor progreso el grupo que se relacionó con el software GeoGebra pues alcanzaron un mayor nivel de comprensión del concepto de fracción y pudieron reconocerla en los dos contextos en los cuales se desarrollaron las preguntas.

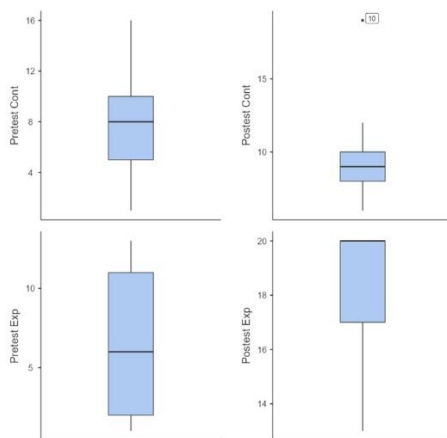
Figura 3. Resultados de la intervención.



Fuente: Elaboración propia

Los diagramas de caja (Figura 4) muestran los cuartiles y representan cómo se distribuyeron los estudiantes respecto a los puntajes de ingreso y egreso después de la intervención y permiten, además, ampliar la información presentada en la figura 3. Un cuartil es un valor que divide un conjunto de datos ordenados en cuatro partes iguales, de manera que cada parte representa aproximadamente el 25% de los datos donde el primer cuartil (Q1) marca el 25% inferior de los datos, el segundo cuartil (Q2) es equivalente a la mediana (50% de los datos por encima y 50% por debajo), y el tercer cuartil (Q3) divide el 75% inferior de los datos.

Figura 4. Cuartiles de los grupos control y experimental en el pretest y postest.



Fuente: Elaboración propia

Para verificar estadísticamente los resultados obtenidos y conocer si la implementación de la propuesta didáctica mediada por el software GeoGebra impactó en la resolución de problemas aditivos con números fraccionarios, se realizó una prueba de normalidad Shapiro-Wilk de las calificaciones del pretest y postest para todos los resultados obtenidos por los estudiantes mediante las siguientes hipótesis:

Hipótesis nula (H_0): Los datos de todos los individuos siguen una distribución normal.

Hipótesis investigación (H_1): Los datos de todos los individuos no siguen una distribución normal.

En la tabla 4 se observa que el valor p es mayor que 0.05 con lo cual se acepta la hipótesis de que los datos siguen una distribución normal, además, en la figura 5 se observa la forma como se comportan los datos.

Tabla 4. Prueba de normalidad.

Prueba de Normalidad (Shapiro-Wilk)

			W	p
Pretest Cont	-	Posttest Cont	0.979	0.944
Pretest Exp	-	Posttest Exp	0.947	0.410

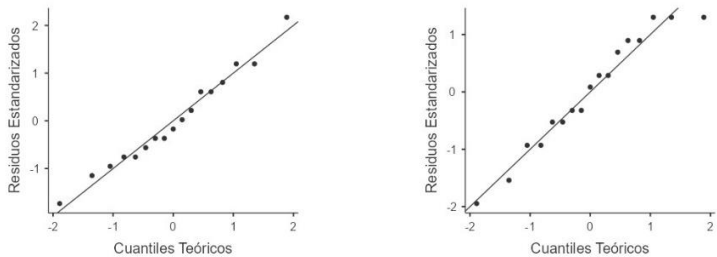
Prueba de Normalidad (Shapiro-Wilk)

	W	p
--	---	---

Nota. Un valor p bajo sugiere una violación del supuesto de normalidad

Fuente: Elaboración propia

Figura 5. Pretest – posttest: grupo control (izquierda) y experimental (derecha).



Fuente: Elaboración propia

Dado que los datos siguen una distribución normal, se realiza la prueba paramétrica de t-student para muestras relacionadas que permitan verificar nuestra hipótesis de investigación (Tabla 5) las cuales se enunciaron en los siguientes términos:

Hipótesis nula (H0): La implementación de una propuesta didáctica mediada por el software GeoGebra no impacta en la resolución de problemas aditivos con números fraccionarios en estudiantes de grado séptimo.

Hipótesis alternativa (H1): La implementación de una propuesta didáctica mediada por el software GeoGebra impacta en la resolución de problemas aditivos con números fraccionarios en estudiantes de grado séptimo.

Tabla 5. Prueba de hipótesis.

Prueba T para Muestras Apareadas

			Estadístico	gl	p		Tamaño del Efecto
Pretest Cont	Postest Cont	T de Student	-1.52	16.0	0.075	La d de Cohen	-0.368
Pretest Exp	Postest Exp	T de Student	-9.70	16.0	< .001	La d de Cohen	-2.353

Nota. $H_a \mu_{\text{Medida 1}} - \mu_{\text{Medida 2}} < 0$

Fuente: Elaboración propia

La elaboración de la prueba T obedece a que permite comparar las medias de dos grupos que están relacionados y de los cuales se han hecho dos mediciones a cada uno de los individuos que conforman cada grupo, esto permiten comparar ambas mediciones e interpretarlos de acuerdo con las hipótesis del estudio.

Teniendo en cuenta el valor de $p < 0.001$ en el grupo experimental, lo cual constituye una significancia estadística, se rechaza la hipótesis nula dado que es menor que $\alpha = 0.05$. Por otro lado, el tamaño del efecto (representado por la d de Cohen) indica una mejora significativa en la media de los estudiantes que, en el caso del grupo control que no fue intervenido con herramientas digitales experimentó un efecto moderado de 0.368 y el grupo experimental 2.353.

Conclusiones

La investigación realizada permitió observar, a partir del análisis estadístico de los datos, que la implementación de una propuesta didáctica mediada por el uso de GeoGebra reporta grandes beneficios para los estudiantes de grado séptimo en el aprendizaje de operaciones aditivas con números fraccionarios. Si bien, ambos grupos mejoraron su desempeño (Figura 4), fue más significativo en el caso del grupo

experimental donde se mejoró el promedio y se disminuyó la desviación, esto permite inferir que sus resultados son más homogéneos. Este avance se atribuye de manera causal al uso del Software GeoGebra, en particular, los applets que favorecieron que los estudiantes interiorizaran el concepto de fracción y que posteriormente pudieran aplicarlo a la resolución de las preguntas que se les plantearon. De igual modo, la evidencia permite afirmar que la aplicación de secuencias didácticas que superen los modelos de clase tradicionales mejora el rendimiento de los estudiantes siendo mucho mejor cuando se apoyan en el uso de tecnologías digitales.

El tamaño del efecto es significativo para los estudiantes del grupo experimental, este efecto se atribuye, en parte, al hecho de que con la información del pretest se caracterizaron los errores que cometieron los estudiantes al resolver las tareas y con esta información se diseñó la propuesta didáctica (ver Ríos-Cuesta y Asprilla-Mena, 2022). Sin embargo, a pesar de que ambos grupos recibieron apoyo para la superación de las dificultades detectadas, la diferencia en el avance se atribuye a la mediación e interacción con los Applets de GeoGebra. Por otro lado, se advierte que estos estudiantes estaban habituados a un proceso de enseñanza y aprendizaje tradicional en el que el profesor expone los contenidos y los estudiantes memorizan y ejecutan algoritmos que están lejos de generar conflictos cognitivos cuya superación les permita comprender lo que hacen y cómo lo hacen.

Se recomienda que, en futuros estudios, se caractericen las acciones de los estudiantes al interactuar con el software, con lo cual se lograría avanzar en la identificación de la mediación que brinda GeoGebra a la conceptualización que logran los estudiantes. También se sugiere, a nivel didáctico, la incorporación de Entornos de Geometría Dinámica al desarrollo de la clase dado que es una oportunidad para que los estudiantes avancen en la comprensión y conceptualización de los objetos matemáticos lo que mejora su desempeño.

Referencias

- Adell, J. (2018). Más allá del instrumentalismo en tecnología educativa. En J. Gimeno (Ed.), *Cambiar los contenidos, cambiar la educación* (pp. 116-128). Morata.
- Area, M. y Adell, J. (2021). Tecnologías Digitales y Cambio Educativo. Una Aproximación Crítica. REICE. Revista Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 19(4), 83–96. <https://doi.org/10.15366/reice2021.19.4.005>
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Editorial Trillas México.
- Céspedes, G. y González, A. (2012). La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC. [Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. <https://repositorio.utp.edu.co/items/022b0665-5a19-490e-a5e1-cdbc406ed600>
- Chisag, J., Lagla, G., Álvarez, G., Moreano, J., Pico, O. y Chicaiza, E. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las TIC´S en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. Boletín Redipe, 6(4), 112–134. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6119349>
- Coll, C. (2013). La educación formal en la nueva ecología del aprendizaje: tendencias, retos y agenda de investigación. En J. L. Rodríguez (Comp.), *Aprendizaje y Educación en la Sociedad Digital* (pp. 156–170). Universitat de Barcelona. <http://www.psyed.edu.es/archivos/grintie/AprendizajeEducacionSociedadDigital.pdf>
- Coll, C., Díaz Barriga, F., Engel, A. y Salinas, J. (2023). Evidencias de aprendizaje en prácticas educativas mediadas por tecnologías digitales. RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 26(2), 9–25. <https://doi.org/10.5944/ried.26.2.37293>
- Gallardo, J., González, J. y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11(3), 355–382. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-243620080003000003&script=sci_abstract
- Gaona, J. y Menares, R. (2021). Argumentation of Prospective Mathematics Teachers in Fraction Tasks Mediated by an Online Assessment System With

- Automatic Feedback. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(12), em2055. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11425>
- García, L., Occelli, M. y Adúriz-Bravo, A. (2021). School Scientific Argumentation Enriched by Digital Technologies: Results with Pre- and in-Service Science Teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(7), em1982. <https://doi.org/10.29333/ejmste/10990>
- Hincapié, C. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>
- Kieren, T. (1980). The rational number constructs. Its elements and mechanisms. En *Recent Research on Number Learning* (pp. 125–149). Columbus.
- Leung, A. (2008). Dragging in a Dynamic Geometry Environment Through the Lens of Variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 135–157. <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9130-x>
- Leung, A. (2017). Exploring Techno-Pedagogic Task Design in the Mathematics Classroom. En A. Leung y A. Baccaglini-Frank (Eds.), *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks* (pp. 3–16). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_1
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón: desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En M. C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (187–220). Pearson Educación.
- Maza, C. (2000). *Las Matemáticas de la Antigüedad y su contexto histórico*. Editorial Universidad de Sevilla.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (pp. 46–95). Mineducación. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*, 8(2), 157–182. http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99_Obando2003La_RevEMA.pdf
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*, 21(1), 29–61 <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n1/v21n1a3.pdf>
- Peña, P. (2011). Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar. [Tesis de Maestría, Instituto Politécnico

- Nacional]
https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/pena_2011.pdf
- Peñaloza-Castro, W. (2020). Incidencia del software GeoGebra en la resolución de problemas de estructuras aditivas con fracciones propias [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales]. Repositorio Digital Universidad Autónoma de Manizales. <http://repositorio.autonoma.edu.co/handle/11182/1007>
- Pólya, G. (1990). Cómo plantear y resolver problemas. Trillas.
- Ríos-Cuesta, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, (63), 196–222. <https://doi.org/10.35575/rvucn.n63a8>
- Ríos-Cuesta, W. (2022a). Garantías de los argumentos en clase de matemáticas mediados por el uso de software vs lápiz y papel. En N. Sgreccia (Ed.), *Memorias de las Segundas Jornadas de Práctica Profesional Docente en Profesorados Universitarios en Matemática* (pp. 249–262). Editorial Asociación de Profesores de la Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Rosario. <http://funes.uniandes.edu.co/30717/>
- Ríos-Cuesta, W. (2022b). Aceleración de la crisis en la Educación Matemática del Chocó generada por el COVID-19. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, 15(1), 64–80. <https://doi.org/10.22267/relatem.22151.86>
- Ríos-Cuesta, W. y Asprilla-Mena, O. H. (2022). Errores asociados a operaciones aditivas con fracciones: Un estudio exploratorio con estudiantes de secundaria. *Revista Boletín Redipe*, 11(11), 86–98. <https://doi.org/10.36260/rbr.v11i11.1909>
- Ríos-Cuesta, W. y Delgado-García, C. A. (2022). Efecto mediador de la interactividad en la argumentación: un giro en las normas sociomatemáticas. En A. Rosas (Ed.), *Avances en Matemática Educativa: El profesor factor importante en el aula* (pp. 1–17). Editorial Lectorum. <http://funes.uniandes.edu.co/31530/>
- Rueda, N. (2018). Algunas dificultades que presentan los estudiantes de séptimo para sumar y restar fracciones. Una mirada desde la modelación matemática [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Digital Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64081>
- Santos-Trigo, L. M. (2016). La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales [Sesión de conferencia]. Conferencia de Educación Matemática XV CIAEM, Universidad de Medellín, Colombia.

- <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/1085/584>
- Santos-Trigo, M. y Camacho-Machín, M. (2018). La Resolución de Problemas Matemáticos y el Uso de Tecnología Digital en el Diseño de Libros Interactivos. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 21–40. <https://doi.org/10.6018/j/349451>
- Sigalés, C. (2004). Formación universitaria y TIC: Nuevos usos y nuevos roles. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 1(1), 1–6. http://dspace.uces.edu.ar:8180/xmlui/bitstream/handle/123456789/568/formacion_universitaria_y_TIC.pdf?sequence=1
- Soboleva, E. V., Chirkina, S. E., Kalugina, O. A., Shvetsov, M. Y., Kazinets, V. A. y Pokaninova, E. B. (2020). Didactic Potential of Using Mobile Technologies in the Development of Mathematical Thinking. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(5), em1842. <https://doi.org/10.29333/ejmste/118214>
- Soboleva, E. V., Sabirova, E. G., Babieva, N. S., Sergeeva, M. G. y Torkunova, J. V. (2021). Formation of Computational Thinking Skills Using Computer Games in Teaching Mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(10), em2012. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11177>
- Vargas-Murillo, G. (2017). Recursos Educativos Didácticos En El Proceso Enseñanza Aprendizaje. *Revista Cuadernos*, 58(1), 68–74. http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/chc/v58n1/v58n1_a11.pdf
- Vergnaud, G. y Confrey, J. (1994). The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics. Academic Press. https://sunypress.edu/content/download/449455/5460458/version/1/file/9780791417638_imported2_excerpt.pdf
- Vygotsky, L. (1979). Consciousness as a problem in the psychology of behavior. *Soviet Psychology*, 17(4), 3-35
- Yao, X. y Zhao, J. (2022). Chinese mathematics teachers' use of digital technologies for instruction: A survey study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(8), em2135. <https://doi.org/10.29333/ejmste/12209>

Recibido: 14 de marzo de 2023.

Aceptado: 11 de agosto de 2023.